

Chương trình Giảng dạy Kinh tế Fulbright
Học kỳ Xuân 2012

ĐÁP ÁN BÀI TẬP SỐ 5

Nộp bản in và bản điện tử
Thời hạn nộp bài: Thứ Tư, ngày 21/03/2012

Lưu ý chung: Bài làm cần trình bày đầy đủ các công thức và bước tính cho từng câu trả lời.

Quỹ đầu tư Active hiện đang thực hiện một chiến lược đầu tư thụ động bằng cách đầu tư toàn bộ tiền vào một danh mục có cùng cơ cấu cổ phiếu như VN-Index.

Quan sát biến động của chỉ số chứng khoán VN-Index, Quỹ đầu tư Active tính toán rằng một danh mục đầu tư thị trường (với cơ cấu tương tự như VN-Index) sẽ có suất sinh lợi kỳ vọng, $E(r_M) = 20\%/năm$ và độ lệch chuẩn suất sinh lợi $\sigma_M = 25\%/năm$. Quỹ Active cũng đánh giá trái phiếu chính phủ kỳ hạn 1 năm có lợi suất, $r_f = 12\%/năm$.

Các chuyên gia phân tích của Quỹ hiện đang tập trung nghiên cứu cổ phiếu niêm yết của Công ty X. Dựa vào số liệu lịch sử, các chuyên gia này tính toán được rủi ro tổng cộng (đo bằng bình phương của độ lệch chuẩn suất sinh lợi của X, $\sigma_X = 40,7\%/năm$ và hệ số beta của X, $\beta_X = 1,1$.)

Câu 1: Mô hình CAPM (20 điểm)

- a. Căn cứ vào mô hình CAPM trong đó coi chỉ số VN-Index là đại diện cho thị trường, suất sinh lợi kỳ vọng của cổ phiếu X bằng bao nhiêu?

Theo CAPM: $E(r_X) = r_f + \beta_X[E(r_M) - r_f] = 12\% + 1,1[20\% - 12\%] = 20,8\%$

- b. Hãy tính rủi ro hệ thống và rủi ro đặc thù của X.

Công thức chia rủi ro tổng cộng thành rủi ro hệ thống và rủi ro đặc thù:

$$\sigma_X^2 = \beta_X^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_X)$$

Rủi ro tổng cộng: $\sigma_X^2 = (40,7\%)^2 = 16,57\%$

Rủi ro hệ thống: $\beta_X^2 \sigma_M^2 = (1,1)^2 (25\%)^2 = 7,57\%$

**Rủi ro đặc thù: $\sigma^2(e_X) = \sigma_X^2 - \beta_X^2 \sigma_M^2 = 9,00\%$
 $\sigma(e_X) = 30\%$**

Lưu ý rằng rủi ro đặc thù của một cổ phiếu được đo bằng bình phương của sai số chuẩn phần dư, $\sigma^2(e_X)$, trong hàm hồi quy ước lượng hệ số beta của cổ phiếu đó.

Câu 2: Hệ số alpha trong mô hình chỉ số (20 điểm)

Dựa vào thông tin riêng của mình, Quỹ Active dự báo cổ phiếu X sẽ có suất sinh lợi kỳ vọng bằng 24,8%/năm. Hệ số alpha được định nghĩa là chênh lệch giữa suất sinh lợi kỳ vọng theo dự báo thực tế và suất sinh lợi kỳ vọng tính theo mô hình CAPM. Khác với CAPM, mô hình chỉ số (Index Model) tính tới hệ số alpha này.

Cụ thể, mô hình chỉ số áp dụng cho cổ phiếu X có dạng như sau:

$$r_X = r_f + \beta_X(r_M - r_f) + e_X + \alpha_X$$

trong đó, e_X là yếu tố đặc thù tác động đến suất sinh lợi của cổ phiếu X và α_X được coi là suất sinh lợi siêu ngạch của X . Vậy, theo mô hình chỉ số, suất sinh lợi của cổ phiếu X phụ thuộc vào yếu tố rủi ro hệ thống (đại diện bởi hệ số beta), rủi ro đặc thù (đại diện bởi e_X) và lợi nhuận siêu ngạch tạo ra bởi các yếu tố ngoài yếu tố thị trường (đại diện bởi α_X).

Yếu tố đặc thù có giá trị kỳ vọng $E(e_X) = 0$, nên nếu lấy giá trị kỳ vọng của biểu thức trên, ta có:

$$E(r_X) = r_f + \beta_X[E(r_M) - r_f] + \alpha_X$$

- a. Hãy tính hệ số alpha của cổ phiếu X .

$$\alpha_X = E(r_X) - r_f + \beta_X[E(r_M) - r_f] = 24,8\% - 20,8\% = 4,00\%$$

- b. Dựa vào kết quả tính toán được, hai chuyên gia của Quỹ Active đưa ra hai khuyến nghị khác nhau như sau:

- (i) Bán toàn bộ số cổ phiếu X trong danh mục mà Quỹ đang nắm giữ rồi dùng số tiền thu được để mua các cổ phiếu còn lại theo cùng tỷ lệ.
- (ii) Bán toàn bộ các cổ phiếu khác trong danh mục mà Quỹ đang nắm giữ rồi dùng số tiền thu được để mua cổ phiếu X .

Thực ra cả hai khuyến nghị này đều không hợp lý. Hãy chỉ ra những bất hợp lý của cả hai khuyến nghị này?

Cổ phiếu X có hệ số alpha, thể hiện suất sinh lợi siêu ngạch, với giá trị dương. Theo đánh giá của Active, nếu đầu tư vào X thì nhà đầu tư sẽ nhận được suất sinh lợi kỳ vọng cao hơn mức tương ứng với rủi ro hệ thống mà thị trường đánh giá. Do vậy, Quỹ Active cần phải đầu tư thêm vào X . Bán X theo khuyến nghị thứ nhất là không hợp lý.

Tuy nhiên, khi đầu tư vào danh mục thị trường, Quỹ Active đã đa dạng hóa toàn bộ rủi ro đặc thù. Bây giờ, nếu đầu tư thêm vào X , thì Quỹ sẽ phải chịu rủi ro đặc thù của X . Do vậy, Quỹ cần phải kết hợp giữa đầu tư vào danh mục thị trường vào đầu tư vào X để đa dạng hóa một phần rủi ro đặc thù của X . Nếu đầu tư toàn bộ tiền vào X thì Quỹ sẽ phải chịu toàn bộ rủi ro đặc thù của X . Đề xuất thứ hai, do vậy, cũng không hợp lý.

Câu 3: Lựa chọn danh mục đầu tư chủ động theo mô hình Treynor - Black (60 điểm)

Một chuyên gia thứ ba của Quỹ Active cho rằng vì cổ phiếu X có suất sinh lợi siêu ngạch nên quỹ cần mua thêm X bằng cách bán đi một phần danh mục hiện có. Nói một cách khác, chuyên gia đề xuất danh mục đầu tư trong đó bao gồm một tỷ lệ nhất định danh mục thị trường đại diện bởi Vn-Index (danh mục M) và một tỷ lệ nhất định cổ phiếu X . Chuyên gia này giải thích rằng việc xác định danh mục đầu tư tương tự như bài toán đa dạng hóa rủi ro với hai tài sản, M và X ,

sao cho danh mục có hệ số Sharpe lớn nhất (tức là đường phân bổ vốn CAL ứng với lãi suất phi rủi ro 12% tiếp xúc với đường tập hợp cơ hội đầu tư IOS của hai tài sản).

- a. Trong bài đa dạng hóa rủi ro, ta đã xác định công thức tính trọng số của cổ phiếu X trong danh mục tiếp xúc như sau:

$$w_X = \frac{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 - [E(r_M) - r_f] \rho_{XM} \sigma_X \sigma_M}{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 + [E(r_M) - r_f] \sigma_X^2 - [E(r_X) + E(r_M) - 2r_f] \rho_{XM} \sigma_X \sigma_M}$$

Hãy tính hệ số tương quan giữa X và M (ρ_{XM}) để từ đó tính tỷ trọng của cổ phiếu X trong danh mục đầu tư cuối cùng của Quỹ Active.

$$\beta_X = \text{Cov}(r_X, r_M) / \sigma_M^2 = (\rho_{XM} \sigma_X \sigma_M) / \sigma_M^2 = \rho_{XM} \sigma_X / \sigma_M$$

$$\Rightarrow \rho_{XM} = \beta_X \sigma_M / \sigma_X = 1,1 * 25\% / 40,7\% = 0,6757$$

$$w_X = \frac{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 - [E(r_M) - r_f] \rho_{XM} \sigma_X \sigma_M}{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 + [E(r_M) - r_f] \sigma_X^2 - [E(r_X) + E(r_M) - 2r_f] \rho_{XM} \sigma_X \sigma_M} = 35,97\%$$

Quỹ Active cần đầu tư 35,97% vào cổ phiếu X và 64,03% vào danh mục thị trường.

- b. Chuyên gia thứ ba đưa một công thức khác để tính tỷ trọng của cổ phiếu X như sau:

$$w_X = \frac{\alpha_X}{\alpha_X (1 - \beta_X) + [E(r_M) - r_f] \frac{\sigma^2(e_X)}{\sigma_M^2}}$$

Chuyên gia giải thích rằng công thức của mình được suy ra từ công thức ở mục (a) dựa vào công thức trong mô hình chỉ số, công thức tính hệ số beta và công thức chia rủi ro tổng cộng thành rủi ro hệ thống và rủi ro đặc thù.

Hãy chứng minh công thức này rồi thay số để kiểm chứng rằng cả hai công thức cho cùng một kết quả.

Thế biểu thức tích sai, $\rho_{XM} \sigma_X \sigma_M = \beta_X \sigma_M^2$ vào công thức ở (a), ta có:

$$w_X = \frac{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 - [E(r_M) - r_f] \beta_X \sigma_M^2}{[E(r_X) - r_f] \sigma_M^2 + [E(r_M) - r_f] \sigma_X^2 - [E(r_X) + E(r_M) - 2r_f] \beta_X \sigma_M^2} \text{ hay}$$

$$w_X = \frac{[E(r_X) - r_f] - [E(r_M) - r_f] \beta_X}{[E(r_X) - r_f] + [E(r_M) - r_f] \frac{\sigma_X^2}{\sigma_M^2} - [E(r_X) + E(r_M) - 2r_f] \beta_X} \quad (1)$$

Thế biểu thức mô hình chỉ số, $E(r_X) - r_f = \beta_X [E(r_M) - r_f] + \alpha_X$, vào (1), ta có:

$$w_X = \frac{[E(r_M) - r_f] \beta_X + \alpha_X - [E(r_M) - r_f] \beta_X}{[E(r_M) - r_f] \beta_X + \alpha_X + [E(r_M) - r_f] \frac{\sigma_X^2}{\sigma_M^2} - \{E(r_M) - r_f + [E(r_M) - r_f] \beta_X + \alpha_X\} \beta_X}$$

$$w_X = \frac{\alpha_X}{\alpha_X(1 - \beta_X) + [E(r_M) - r_f] \frac{\sigma_X^2}{\sigma_M^2} - [E(r_M) - r_f] \beta_X^2} \quad (2)$$

Thế biểu thức rủi ro tổng cộng, $\sigma_X^2 = \beta_X^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_X)$, vào (2), ta có:

$$w_X = \frac{\alpha_X}{\alpha_X(1 - \beta_X) + [E(r_M) - r_f] \frac{\beta_X^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_X)}{\sigma_M^2} - [E(r_M) - r_f] \beta_X^2}$$

$$w_X = \frac{\alpha_X}{\alpha_X(1 - \beta_X) + [E(r_M) - r_f] \frac{\sigma^2(e_X)}{\sigma_M^2}}$$

Thay số, ta có:

$$w_X = \frac{4\%}{4\%(1 - 1,1) + [20\% - 12\%] \frac{(30\%)^2}{(25\%)^2}} = 35,97\%$$

- c. Bài toán vừa thực hiện được gọi là mô hình Treynor – Black được sử dụng để xác định tỷ trọng đầu tư vào cổ phiếu được coi là có suất sinh lợi siêu ngạch trong cả một danh mục đầu tư. Căn cứ vào công thức ở mục (b), ta thấy:

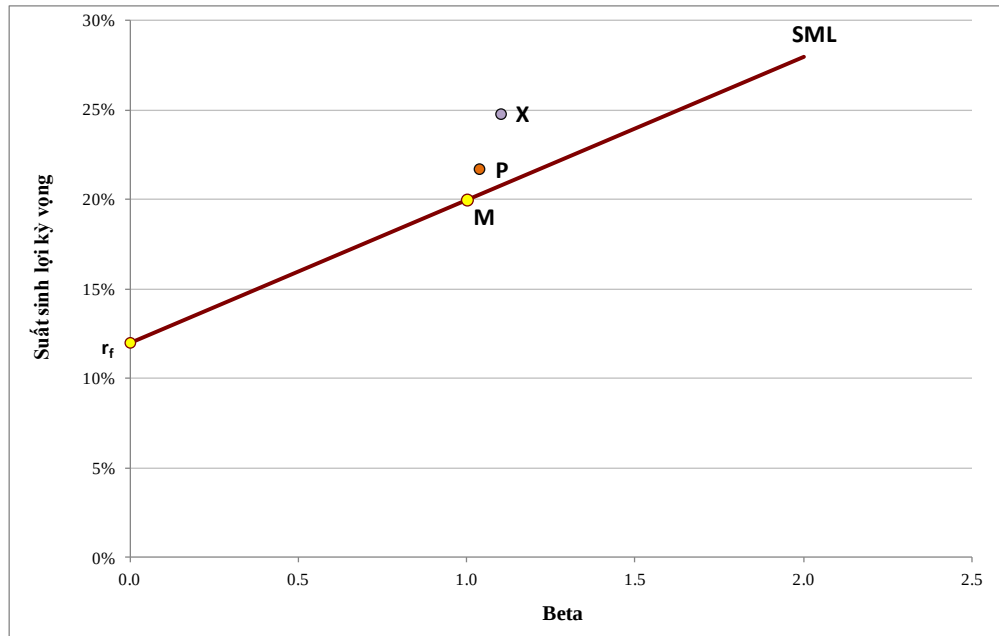
- (i) w_X tăng lên khi α_X tăng lên
- (ii) w_X tăng lên khi β_X tăng lên
- (iii) w_X giảm đi khi $\sigma^2(e_X)$ tăng lên.

Bảng lời văn ngắn gọn, hãy trình bày ý nghĩa tài chính của ba mối quan hệ trên.

- (i) α_X càng cao tức là cổ phiếu có suất sinh lợi siêu ngạch càng lớn. Khi đó Quỹ đầu tư càng phải đầu tư với tỷ trọng cao hơn vào cổ phiếu X.
- (ii) β_X càng lớn nghĩa là cổ phiếu X càng có biến động tương quan với danh mục thị trường. Khi đó, khả năng đa dạng hóa rủi ro giữa X với thị trường càng thấp đi, từ đó làm giảm nhu cầu kết hợp giữa hai tài sản này. Tức là ta có thể tăng tỷ trọng đầu tư vào X, bởi vì có giảm tỷ trọng X để đầu tư vào thị trường cũng không đa dạng hóa được rủi ro đặc thù của X đi là bao.
- (iii) $\sigma^2(e_X)$ cao có nghĩa là cổ phiếu X có rủi ro đặc thù lớn. Khi đó, ta cần phải giảm tỷ trọng X để đầu tư thêm vào danh mục thị trường, nhằm đa dạng hóa nhiều hơn rủi ro đặc thù của X.

Biểu diễn trên đồ thị (đọc thêm):

Danh mục thị trường M nằm trên đường thị trường chứng khoán (SML) ở vị trí có hệ số beta bằng 1. Cổ phiếu X được đánh giá là có suất sinh lợi siêu ngạch dương nên X nằm ở trên đường SML. Để vừa khai thác được lợi thế suất sinh lợi siêu ngạch và vừa đa dạng hóa rủi ro, Quỹ đầu tư Active chọn danh mục P bằng cách kết hợp giữa X và M .



Quỹ chọn P sao cho đường phân bổ vốn đầu tư CAL tiếp xúc với IOS tại P . P có hệ số Sharpe lớn nhất.

