

# Tự tương quan

Đình Công Khải  
Tháng 04/2012

1

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Nội dung

1. Tương quan chuỗi (AR) là gì?
2. Hậu quả của việc ước lượng bỏ qua AR?
3. Làm sao để phát hiện AR?
4. Các biện pháp khắc phục?

2

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Tương quan chuỗi là gì?

- ❑ Giả thuyết không có tương quan chuỗi của mô hình CLRM

$$E(u_i u_j) = 0 \quad \text{với } i \neq j$$

- ❑ Có tương quan chuỗi

$$E(u_i u_j) \neq 0 \quad \text{với } i \neq j$$

3

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Tương quan chuỗi là gì?

- ❑ Tự tương quan (autocorrelation)

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t$$

AR(p): cơ chế tự hồi qui bậc p (p-order autoregressive scheme)

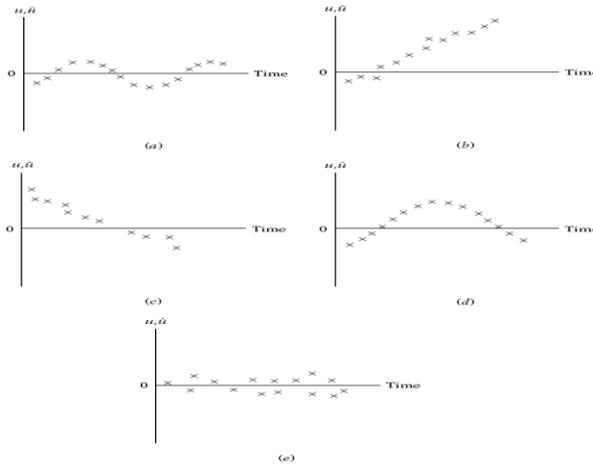
- ❑ Tương quan chuỗi (serial correlation)

$$u_t = v_t + \lambda v_{t-1} + \varepsilon_t$$

4

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Tương quan chuỗi



12.1 Patterns of autocorrelation and nonautocorrelation.

5

Định Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Nguyên nhân của tương quan chuỗi là gì?

□ Quán tính ( $GDP_t$ ,  $CPI_t$ , ...)

□ Bỏ sót các biến quan trọng

Hàm đúng:  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$

Hàm thiếu biến:  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$

$$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$$

6

Định Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Nguyên nhân của tương quan chuỗi là gì?

- Dạng hàm không đúng

Hàm đúng:  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}^2 + u_i$

Hàm sai:  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + v_i$

$$v_i = \beta_3 X_{3i}^2 + u_i$$

- Hiện tượng Coweb

$$Q_t^s = \beta_1 + \beta_2 P_{t-1} + u_t$$

- Các độ trễ

$$\text{Tiêu dùng}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Thu nhập}_t + \beta_2 \text{Tiêu dùng}_{t-1} + u_t$$

7

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Ước lượng OLS khi có tự tương quan

- Giả định:  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + u_t$

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{AR}(1)$$

trong đó các sai số  $\varepsilon_t$  có tính nhiễu trắng khi:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2 = \text{const}$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) = 0 \text{ với } s \neq 0$$

8

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Ước lượng OLS khi có tương quan chuỗi

- ❑ Trong trường hợp có AR các ước lượng OLS vẫn không thiên lệch.
- ❑ Tuy nhiên nếu sử dụng OLS không tính đến tương quan chuỗi

$$\text{var}(\hat{\beta}_2)_{OLS} = \frac{\sigma^2}{\sum x_t^2}$$

- ❑ Sử dụng OLS có tính đến AR

$$\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR(1)} = \frac{\sigma^2}{\sum x_t^2} + \frac{2\sigma^2}{\sum x_t^2} \left( \rho \frac{\sum x_t x_{t+1}}{\sum x_t^2} + \dots + \rho^{n-1} \frac{x_1 x_n}{\sum x_t^2} \right)$$

9

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Ước lượng OLS khi có tương quan chuỗi

- ❑ Trong trường hợp  $\rho > 0$  và các quan sát X tương quan nghịch biến hoặc  $\rho < 0$  và các quan sát X tương quan đồng biến

$$\text{var}(\hat{\beta}_2)_{OLS} > \text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR(1)}$$

- ❑ Các kiểm định giả thuyết t và F không còn hiệu lực
- ❑ Phương pháp GLS sẽ cho ước lượng BLUE

$$\text{var}(\hat{\beta}_2)_{GLS} < \text{var}(\hat{\beta}_2)_{OLS}, \text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR(1)}$$

10

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Kiểm định tương quan chuỗi

- 1) Kiểm định bằng phương pháp đồ thị
- 2) Kiểm định Durbin-Watson (d)

Điều kiện áp dụng:

- Các nhiễu được tạo từ AR(1):  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$
- Không áp dụng cho mô hình
 
$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t$$
- Trị kiểm định

11

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Kiểm định Durbin\_Watson (Nguồn: Cao Hào Thi)

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

$$\hat{\rho} \approx \frac{\sum_{t=2}^n \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2}$$

Giả thuyết  $H_0: \rho=0$

Tự tương quan dương $H_1: \rho > 0$	Không kết luận	$H_0: \rho = 0$	Không kết luận	Tự tương quan âm $H_1: \rho < 0$
0	$d_L$	$d_U$	$4 - d_U$	$4 - d_L$

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

12

## Kiểm định tương quan chuỗi

### 3) Kiểm định tiệm cận (mẫu lớn)

Giả thuyết  $H_0: \rho = 0$

$$\sqrt{n}\hat{\rho} \sim N(0,1)$$

### 4) Kiểm định Breusch-Godfrey (BG) (Kiểm định nhân tử Lagrange)

□ Áp dụng cho

✓  $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t \quad \text{AR}(p)$

✓ Hàm hồi quy chứa các giá trị trễ của biến phụ thuộc ( $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$ )

✓  $u_t = \varepsilon_t + \lambda_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \lambda_p \varepsilon_{t-p}$

13

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Các bước kiểm định BG

$$\text{PRF: } Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (1)$$

với  $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t$

Kiểm định giả thuyết:

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0 \Rightarrow$  Không có AR(p)

$H_1: \text{Có ít nhất } 1 \rho_j \neq 0 \text{ (} j = 1, p) \Rightarrow$  Có AR(p)

Bước 1: Thực hiện hồi qui OLS (1) tính phần dư  $u_t^\wedge$

Bước 2: Tính các giá trị trễ của  $u_t^\wedge$

14

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Các bước kiểm định BG

**Bước 3:** Thực hiện hồi qui phụ

$$\hat{u}_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2t} + \dots + \alpha_K X_{Kt} + \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + v_t$$

Xác định  $R^2_{\text{hqp}}$

Trị kiểm định:  $(n-p)R^2_{\text{hqp}} \sim \chi^2(p)$

$$(n-p)R^2_{\text{hqp}} > \chi^2_{p,\alpha} \Rightarrow \text{Bác bỏ } H_0$$

15

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

## Các biện pháp khắc phục

1. Thay đổi dạng hàm số
  2. Lấy sai phân
- Trong trường hợp biết trước  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$  [ $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ ]
- $$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$
- $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$
- $\rho Y_{t-1} = \rho \beta_1 + \rho \beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$
- $Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2 \rho (X_t - X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1})$
- $Y^*_t = \beta^*_1 + \beta^*_2 X^*_t + \varepsilon_t$

Các ước lượng  $\beta^*_1$  và  $\beta^*_2$  là BLUE (phương pháp GLS)

Đình Công Khải-FETP- Kinh tế lượng ứng dụng

16

## Các biện pháp khắc phục

- Trong trường hợp không biết trước

Giả định  $\rho=1$  tức  $u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

$$\rightarrow Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$$

$$\rightarrow Y_t - Y_{t-1} = \beta_2 (X_t - X_{t-1}) + (u_t - u_{t-1})$$

$$\rightarrow \Delta Y_t = \beta_2 \Delta X_t + \varepsilon_t$$

Chú ý: Mô hình hồi qui qua gốc tọa độ

## Các biện pháp khắc phục

- ❖ Kiểm định Berenblutt-Webb ( $\rho=1$ )

Trị kiểm định

$$g = \frac{\sum_{t=2}^n \hat{e}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2}$$

$u_t^{\wedge}$  là phần dư của hồi qui OLS của mô hình ban đầu

$e_t^{\wedge}$  là phần dư của hồi qui OLS của mô hình sai phân

→ Sử dụng phương pháp Durbin-Watson để kiểm định

### Thủ tục COCHRANE – ORCUTT để ước lượng $\rho$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (1)$$

Giả sử,  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

$$\rightarrow Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{2(t-1)} + \beta_3 X_{3(t-1)} + \dots + \beta_k X_{k(t-1)} + u_{t-1}$$

$$\rightarrow Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2[X_{2t} - \rho X_{2(t-1)}] + \beta_3[X_{3t} - \rho X_{3(t-1)}] \\ + \dots + \beta_k[X_{kt} - \rho X_{k(t-1)}] + \varepsilon_t$$

### Thủ tục COCHRANE – ORCUTT để ước lượng $\rho$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (1)$$

1. Ước lượng (1) bằng OLS tính  $u^{\wedge}_t$

2. Hồi quy

$$\hat{u}_t = \hat{\rho} \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

3. Dùng  $\hat{\rho}$  trong mô hình dưới đây và ước lượng

$$Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1} = \beta_1(1-\hat{\rho}) + \beta_2[X_{2t} - \hat{\rho} X_{2(t-1)}] + \dots + \beta_k[X_{kt} - \hat{\rho} X_{k(t-1)}] + \varepsilon_t$$

$$Y^*_t = \beta^*_1 + \beta^*_2 X^*_{t2} + \dots + \beta^*_k X^*_{tk} + \varepsilon^*_t$$

## Thủ tục COCHRANE – ORCUTT để ước lượng $\rho$

4. Thay  $\hat{\beta}_k^*$  vào trong (1) để tính  $u^{**}_t$

$$\hat{u}_t^{**} = Y_t - \hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_2^* X_t$$

5. Tiếp tục bước 2, ước lượng  $\rho^{**}$ , so sánh với giá trị  $\rho^{\wedge}$  đã tính

$$\hat{u}_t^{**} = \hat{\rho}^{**} \hat{u}_{t-1}^{**} + w_t$$

**Chú ý:** Dừng quá trình khi sự thay đổi giá trị của  $\rho^{\wedge}$  là không quá 0.01 (thường quá trình lặp từ 3-4 lần là đủ)