

NGUYỄN XUÂN THÀNH

Lập mô hình mô tả và mô hình chuẩn đoán trong điều kiện không chắc chắn

HOÀNG ANH TUẤN THI CỬ TẠ HẠNG CÂN 56 KG Ở OLYMPIC BẮC KINH 2008

Bài viết này sử dụng một tình huống thực tế để minh họa việc ra quyết định dựa trên mô hình mô tả và mô hình chuẩn đoán trong điều kiện không chắc chắn.

Nội dung thi cử tạ tại Thế vận hội thể thao (Olympic) tại Bắc Kinh bao gồm hai động tác cử tạ là cử giật và cử đẩy. Mỗi động tác chỉ được thực hiện tối đa 3 lần. Thành tích để xếp hạng là tổng kết quả cử giật và cử đẩy. Huy chương vàng, bạc và đồng được trao cho 3 vị trí đầu tiên của tổng kết quả cử tạ.

Vận động viên Hoàng Anh Tuấn của Việt Nam tham gia thi cử tạ ở hạng cân 56 kg. (Xem Phụ lục 1).

Sau lần thi cử giật, 5 vận động viên có thành tích cao nhất là:

Thứ hạng	Tên	Mức cử thành công (kg)
1	Long Qingquan (Trung Quốc)	132
2	Hoàng Anh Tuấn (Việt Nam)	130
3	Irawan Eko Yuli (Indonesia)	130
4	Yang Chin-Yi (Đài Loan)	128
5	Cha Kum Chol (Bắc Triều Tiên)	128

(Vận động viên xếp thứ 6, Alvarez Sergio của Cuba chỉ có mức cử thành công 120 kg và hầu như không còn cơ hội dành huy chương).

Sau đợt thi cử giật, các vận động viên bước vào cuộc thi cuối cùng là cử đẩy.

Nhìn vào thành tích cử tạ của Hoàng Anh Tuấn trong đợt tập huấn trước khi tham dự Olympic, huấn luyện viên của anh đã tổng hợp được các thông tin sau:

- Nếu cử đẩy ở mức 155 kg, tỷ lệ cử thành công của Tuấn là 90%.
- Nếu cử đẩy ở mức 158 kg, tỷ lệ cử thành công của Tuấn là 80%.
- Nếu cử đẩy ở mức 160 kg, tỷ lệ cử thành công của Tuấn là 70%.
- Nếu cử đẩy ở mức 162 kg, tỷ lệ cử thành công của Tuấn là 40%.
- Nếu cử đẩy ở mức 164 kg, tỷ lệ cử thành công của Tuấn là 5%.

Giả sử rằng xác suất thành công ở mỗi lần cử là độc lập với nhau. (Giả định này có thể không hợp lý nếu vận động viên chịu tác động mạnh về mặt tâm lý)

Tình huống này do Nguyễn Xuân Thành, giảng viên Chính sách Công tại Chương trình Giảng dạy Kinh tế Fulbright biên soạn. Các nghiên cứu tình huống của Chương trình Giảng dạy Fulbright được sử dụng làm tài liệu cho thảo luận trên lớp học, chứ không phải để đưa ra khuyến nghị chính sách.

1. Huấn luyện viên và Tuấn quyết định đăng ký mức cử đẩy ở lần thứ nhất là 155 kg. Nếu vậy, xác suất Hoàng Anh Tuấn sẽ có mức cử đẩy thấp nhất là 155 kg sau 3 lần cử bằng bao nhiêu?

Để trả lời câu hỏi trên, ta phải xây dựng một mô hình xác suất có điều kiện. Vì có ba lần cử tạ nên ba tình huống có thể xảy ra ở đó Tuấn sẽ thành công trong việc cử đẩy ở mức 155 kg: (i) thành công ngay lần đầu tiên; (ii) lần đầu không thành công nhưng thành công ở lần thứ hai; (iii) hai lần đầu không thành công nhưng thành công ở lần cuối cùng.

Mô hình xác suất có điều kiện được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} P(\text{thành công 155 kg}) &= P(\text{thành công lần 1}) + P(\text{không thành công lần 1}) * P(\text{thành công lần 2}) + P(\text{không thành công lần 1}) * P(\text{không thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3}) \\ &= 0,9 + 0,1*0,9 + 0,1*0,1*0,9 = 0.999 \quad (99,9\%) \end{aligned}$$

2. Ở lần thi cử đẩy, 5 vận động viên đứng đầu của lần thi cử giật trước đó đăng ký các mức cử như sau:

Thứ hạng	Tên	Kết quả cử giật	Mức đăng ký cử đẩy		
			1	2	3
1	Long Qingquan (Trung Quốc)	132	155	160	164
2	Hoàng Anh Tuấn (Việt Nam)	130	155	160	162
3	Irawan Eko Yuli (Indonesia)	130	152	158	160
4	Yang Chin-Yi (Đài Loan)	128	154	157	160
5	Cha Kum Chol (Bắc Triều Tiên)	128	155	158	160

Theo luật thi đấu, vận động viên có mức đăng ký tạ thấp hơn sẽ phải cử trước.

Ở lần cử thứ nhất, Tuấn đã thành công ở mức 155 kg. Trước khi bước vào lần cử thứ hai ở mức 160 kg, kết quả cử của các đối thủ là như sau:

Thứ hạng	Tên	Kết quả cử giật	Kết quả cử đẩy				Tổng
			1	2	3	Kết quả	
1	Long Qingquan (Trung Quốc)	132	155				
2	Hoàng Anh Tuấn (Việt Nam)	130	155				
3	Irawan Eko Yuli (Indonesia)	130	152	158	158	158	288
4	Yang Chin-Yi (Đài Loan)	128	154	157	160	157	285
5	Cha Kum Chol (Bắc Triều Tiên)	128	155	155	160	155	283

Ghi chú: Điểm gạch chéo là lần cử không thành công

Như vậy, sau lần cử đẩy thứ nhất thành công, Tuấn đã có mức tổng cử 285 kg, còn đối thủ Trung Quốc có mức 287 kg.

Theo điều lệ thi đấu, nếu đạt mức tổng cử bằng nhau, thì vận động viên có trọng lượng nhẹ hơn sẽ xếp trên vận động viên có trọng lượng nặng hơn. Bảng dưới đây cung cấp trọng lượng của các vận động viên.

Tên	Trọng lượng (kg)
Long Qingquan (Trung Quốc)	55,37
Hoàng Anh Tuấn (Việt Nam)	55,97
Irawan Eko Yuli (Indonesia)	55,91
Yang Chin-Yi (Đài Loan)	55,43
Cha Kum Chol (Bắc Triều Tiên)	55,85

Như vậy, trong 5 vận động viên dẫn đầu, Tuấn là người nặng nhất. Điều này có nghĩa là nếu chỉ dừng ở mức cử đẩy 155 kg, Tuấn sẽ có mức tổng cử bằng với Yang Chin-Yi của Đài Loan nhưng sẽ bị xếp dưới vận động viên này và mất huy chương.

Vậy, ngay trước khi bước vào lần cử đẩy thứ 2 ở mức 160 kg, xác suất Tuấn không đạt được huy chương bằng bao nhiêu? Xác suất Tuấn đạt huy chương đồng bằng bao nhiêu? Xác suất Tuấn đạt huy chương bạc hoặc huy chương vàng bằng bao nhiêu?

Vẫn sử dụng mô hình xác suất có điều kiện, ta có:

$$\begin{aligned} P(\text{không đạt huy chương}) &= P(\text{không thành công lần 2}) * P(\text{không thành công lần 3}) \\ &= 0,3 * 0,3 = 0,09 \quad (9\%) \end{aligned}$$

Nếu thành công ở mức 160 kg thì Tuấn đạt huy chương bạc, còn nếu không thành công thì Tuấn không được huy chương.

$$P(\text{huy chương đồng}) = 0$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương bạc hoặc vàng}) &= P(\text{thành công lần 2}) + P(\text{không thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3}) \\ &= 0,7 + 0,3 * 0,7 = 0,91 \quad (91\%) \end{aligned}$$

3. Huấn luyện viên của Tuấn dự đoán rằng vận động viên Long Qingquan của Trung Quốc sẽ có kết quả cử đẩy cao nhất là 160 kg. Nếu là huấn luyện viên thì ta nên khuyên Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 158 kg, 160 kg hay 162 kg?

Nếu vận động viên Trung Quốc có mức cử đẩy thành công 160 kg, thì mức tổng cử của anh sẽ là 292 kg.

Quyết định 1: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 158 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 160 kg ở lần 3

$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,2 * 0,2 = 0,04$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương đồng}) &= P(\text{thành công lần 2}) * P(\text{không thành công lần 3 ở mức 160 kg}) \\ &\quad + P(\text{không thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3}) \\ &= 0,8 * 0,3 + 0,2 * 0,8 = 0,4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương bạc}) &= P(\text{thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3 ở mức 160 kg}) \\ &= 0,8 * 0,7 = 0,56 \end{aligned}$$

$$P(\text{huy chương vàng}) = 0$$

Quyết định 2: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 158 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 162 kg ở lần 3

$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương đồng}) &= P(\text{thành công lần 2}) \cdot P(\text{không thành công lần 3 ở mức 162 kg}) \\ &\quad + P(\text{không thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3}) \\ &= 0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương bạc}) &= P(\text{thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3 ở mức 162 kg}) \\ &= 0,8 \cdot 0,4 = 0,32 \end{aligned}$$

$$P(\text{huy chương vàng}) = 0$$

Quyết định 3: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 158 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 164 kg ở lần 3

$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương đồng}) &= P(\text{thành công lần 2}) \cdot P(\text{không thành công lần 3 ở mức 164 kg}) + P(\text{không thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3}) \\ &= 0,8 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,92 \end{aligned}$$

$$P(\text{huy chương bạc}) = 0$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương vàng}) &= P(\text{thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3 ở mức 164 kg}) \\ &= 0,8 \cdot 0,05 = 0,04 \end{aligned}$$

Quyết định 4: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 160 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 162 kg ở lần 3

$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$$

$$P(\text{huy chương đồng}) = 0$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương bạc}) &= P(\text{thành công lần 2}) \\ &\quad + P(\text{không thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3 ở mức 160 kg}) \\ &= 0,7 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,91 \end{aligned}$$

$$P(\text{huy chương vàng}) = 0$$

Quyết định 5: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 160 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 164 kg ở lần 3

$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$$

$$P(\text{huy chương đồng}) = 0$$

$$\begin{aligned} P(\text{huy chương bạc}) &= P(\text{thành công lần 2}) \cdot P(\text{không thành công lần 3 ở mức 164 kg}) \\ &\quad + P(\text{không thành công lần 2}) \cdot P(\text{thành công lần 3 ở mức 160 kg}) \\ &= 0,7 \cdot 0,95 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{huy chương vàng}) &= P(\text{thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3 ở mức 164 kg}) \\
 &= 0,7 * 0,05 = 0,035
 \end{aligned}$$

Quyết định 6: Tuấn thực hiện lần cử đẩy thứ hai ở mức 162 kg và nếu thành công sẽ nâng lên mức 164 kg ở lần 3

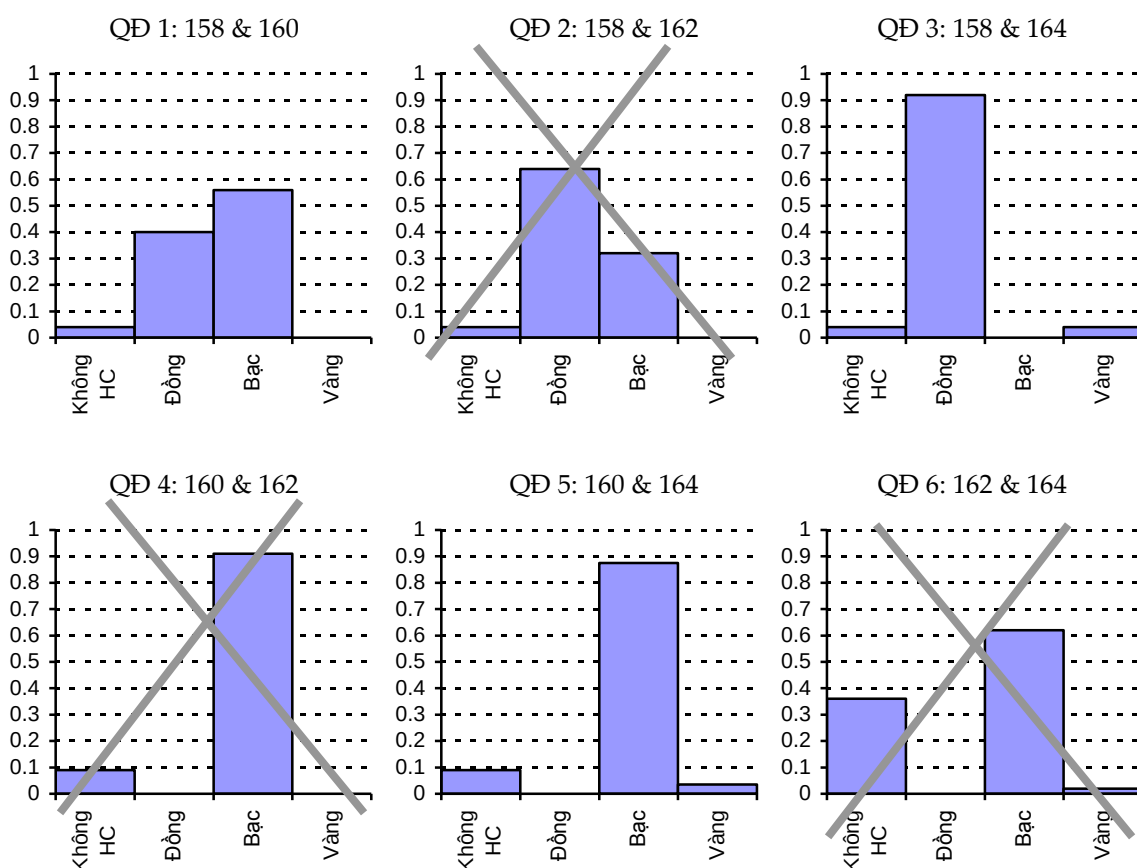
$$P(\text{không huy chương}) = P(\text{không thành công cả 2 lần}) = 0,6 * 0,6 = 0,36$$

$$P(\text{huy chương đồng}) = 0$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{huy chương bạc}) &= P(\text{thành công lần 2}) * P(\text{không thành công lần 3 ở mức 164 kg}) \\
 &\quad + P(\text{không thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3 ở mức 162 kg}) \\
 &= 0,4 * 0,95 + 0,6 * 0,4 = 0,62
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{huy chương vàng}) &= P(\text{thành công lần 2}) * P(\text{thành công lần 3 ở mức 164 kg}) \\
 &= 0,4 * 0,05 = 0,02
 \end{aligned}$$

Phân phối xác suất



Quyết định tốt hơn quyết định 2 vì có xác suất đạt huy chương bạc cao hơn và xác suất đạt huy chương đồng thấp hơn, trong khi xác suất không huy chương và đạt huy chương vàng là như nhau.

Quyết định 5 tốt hơn quyết định 4 vì có xác suất không huy chương như nhau, nhưng xác suất đạt huy chương vàng cao hơn và xác suất đạt huy chương bạc thấp hơn.

Quyết định 5 tốt hơn quyết định 6 vì có xác suất không huy chương thấp hơn, xác suất đạt huy chương bạc cao hơn, xác suất đạt huy chương vàng cao hơn, trong khi xác suất đạt huy chương đồng đều như nhau.

Ta chỉ cần so sánh ba quyết định 1, 3, và 5. Để làm điều này, ta phải biết sở thích của Tuấn (và của huấn luyện viên và đoàn Olympics Việt Nam) là như thế nào đối với từng loại huy chương về xếp hạng sở thích này theo độ thỏa dụng.

Giả sử không đạt huy chương là 0 điểm, huy chương đồng là 100 điểm, huy chương bạc là 150 điểm và huy chương vàng là 200 điểm.

Điểm kỳ vọng của quyết định 1:

$$EV_1 = 0,04*0 + 0,4*100 + 0,56*150 + 0*200 = 124.00$$

Độ lệch chuẩn của điểm theo quyết định 1:

$$SD_1 = [0,04*(0 - 124)^2 + 0,4*(100 - 124)^2 + 0,56*(150 - 124)^2]^{0.5} = 34.99$$

Điểm kỳ vọng của quyết định 3:

$$EV_2 = 0,04*0 + 0,92*100 + 0*150 + 0,04*200 = 100.00$$

Độ lệch chuẩn của điểm theo quyết định 3:

$$SD_2 = [0,04*(0 - 100)^2 + 0,92*(100 - 100)^2 + 0,04*(200 - 100)^2]^{0.5} = 28.28$$

Điểm kỳ vọng của quyết định 5:

$$EV_3 = 0,09*0 + 0*100 + 0,875*150 + 0,035*200 = 138.25$$

Độ lệch chuẩn của điểm theo quyết định 5:

$$SD_3 = [0,09*(0 - 138,25)^2 + 0,875*(150 - 138,25)^2 + 0,035*(200 - 138,25)^2]^{0.5} = 44.43$$

Vậy, quyết định 5 là tối ưu (với giả định trung tính về rủi ro)

4. Ở lần cử đẩy thứ 2, Tuấn đã không thành công trong khi đối thủ Trung Quốc đã thành công ở mức 160 kg. Lúc này, xác suất đạt huy chương bạc của Tuấn bằng bao nhiêu? Xác suất đạt huy chương vàng bằng bao nhiêu?

$$P(\text{huy chương bạc}) = P(\text{thành công lần 3}) = 0,7 \quad (70\%)$$

Cho dù Tuấn có thành công ở lần thứ 3 thì mức tổng cử vẫn thấp hơn vận động viên Trung Quốc. $P(\text{huy chương vàng}) = 0$.

Phụ lục 1:

VietnamNet

Hoàng Anh Tuấn giành HCB cử tạ hạng cân 56kg*10 tháng 8 năm 2008*

Giấc mơ huy chương của TTVN tại Olympic 2008 đã trở thành hiện thực. Vào lúc 19h40 phút ngày 10/8/2008, lực sỹ Hoàng Anh Tuấn đã xuất sắc giành tấm HCB môn cử tạ hạng 56kg nam.

Như vậy, 8 năm sau kỳ tích của võ sỹ Trần Hiếu Ngân tại Sydney 2000, cờ Tổ quốc lại bay trên đỉnh Olympia - đấu trường thể thao lớn nhất hành tinh!

Chỉ có 11 lực sỹ tham dự cuộc đấu tại nhóm A (nhóm có thành tích tốt nhất) ở hạng cân này và ngay ở mức tạ khởi điểm nội dung cử giật, bất ngờ đã xảy ra khi ĐKVĐ thế giới Cha Kum-Chol (CHDCND Triều Tiên) phải mất tới cả 3 lần thi đấu mới vượt qua mức tạ đăng ký 128kg.

Và ngay lập tức cuộc đua đã lộ diện chỉ với 3 ứng cử viên sáng giá còn lại là Long Qingquan (Trung Quốc), Hoàng Anh Tuấn (Việt Nam) và Irawan Eko Yuli (Indonesia). Lực sỹ trẻ chủ nhà đã chứng tỏ mình chính là ứng cử viên sáng giá nhất của ngôi vô địch khi kết thúc nội dung cử giật với thành tích 132kg và phá KLTG trẻ.

Trong khi đó, Anh Tuấn dù là người thành công với mức tạ khởi điểm tốt nhất - 126kg, nhưng phải mất đến 2 lần cử còn lại mới đạt được thành tích 130kg bằng với thành tích cử giật của Irawan Eko Yuli.

Sang nội dung cử đẩy, cuộc đua trở nên nóng bỏng hơn khi xuất hiện thêm Yang Chin-Yi (Đài Loan) khi lực sỹ này thành công ở mức khá cao 157kg. ĐKVĐ thế giới Cha Kum-Chol cũng thành công mới khởi điểm 155kg để hy vọng trở lại.

Tuy nhiên, chỉ sau lần cử đầu tiên, cuộc tranh chấp huy chương ngay lập tức trở về với bộ ba đã dẫn đầu ở nội dung cử giật.

Long Qingquan (Trung Quốc) vượt lên dẫn đầu ngay ở lần cử thứ 2 với thành tích 160kg. Ngược lại, lực sỹ người Indonesia - đối thủ đã từng vượt qua Anh Tuấn tại SEA Games sớm dừng ở mức 158kg. Như thế, nếu thành công với mức đăng ký kế tiếp là 160kg, Hoàng Anh Tuấn sẽ giành được huy chương...

Lần 2 không thành công, nhưng rồi cả TTVN đã vỡ oà trong niềm vui chiến thắng khi Anh Tuấn chinh phục thành công ở đợt thi đấu cuối cùng. Với 290kg, Anh Tuấn đã tái lập kỳ tích khi mang về cho TTVN tấm HCB Olympic thứ 2 trong lịch sử.