KIỂM ĐỊNH
GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ

NỘI DUNG CHÍNH

- Phát triển giả thuyết không và giả thuyết khác
- Các sai lầm loại I và loại II
- Kiểm định một-phía về trung bình của tổng thể: biết σ
- Kiểm định hai-phía về trung bình của tổng thể: biết σ
- Kiểm định về trung bình của tổng thể: không biết σ
- Kiểm định về tỉ lệ của tổng thể
- Kiểm định về sự khác biệt giữa 2 trung bình của tổng thể
- Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt cặp giữa 2 trung bình của tổng thể
- Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt giữa 2 tỷ lệ của tổng thể

PHÁT TRIỂN GIẢ THUYẾT KHÔNG và GIẢ THUYẾT KHÁC

Giả thuyết

- Giả thuyết là một giả sử hay phát biểu về các tham số của tổng thể; Nó có thể đúng hoặc sai

Giả thuyết Không (H_0)

- H_0 là một phát biểu (đẳng thức hoặc bất đẳng thức) liên quan đến tham số của tổng thể
- H_0 là một giả định đúng trong thủ tục kiểm định giả thuyết
- Một tuyên bố của nhà sản xuất thường bị nghi ngờ và được phát biểu trong H_0

PHÁT TRIỂN GIẢ THUYẾT KHÔNG và GIẢ THUYẾT KHÁC

Giả thuyết khác (H_a)

- H_a là phát biểu ngược với H_0
- H_a được kết luận là đúng nếu H_0 bị bác bỏ
- Nhà nghiên cứu mong muốn ủng hộ Ha và nghi ngờ H_0

Tổng kết các dạng của giả thuyết Không và giả thuyết khác

- $H_0: \mu = \mu_0$ or $H_0: \mu \leq \mu_0$ or $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$

Nhiệm vụ của tất cả kiểm định giả thuyết hoặc là bác bỏ H_0 hay không bác bỏ H_0 ($\neq$ Accept H_0)

VÍ DỤ

Chúng ta muốn biết về tiền lương trung bình mỗi giờ của công nhân xây dựng tại tiểu bang California là khác với $14, đó là mức trung bình trên toàn quốc. Sau đây là giả thuyết thay thế, được biểu diễn bằng

$$H_a : \mu \neq 14$$

Giả thuyết không được viết như sau

$$H_0 : \mu = 14$$

Chúng ta sẽ muốn bác bỏ giả thuyết không, như vậy qua đó kết luận rằng số trung bình của bang California là không bằng với $14.

VÍ DỤ

Một qui trình nghiền hiện đang tạo ra một tỷ lệ bình quân là 3% sản phẩm có lỗi. Chúng ta quan tâm đến việc chứng minh rằng một sự điều chỉnh đơn giản đối với cái máy này sẽ làm giảm p, tỷ lệ của sản phẩm có lỗi được sản xuất ra trong qui trình nghiền này. Vì thế, chúng ta viết ra giả thuyết thay thế như sau:

$$H_a : p < 0.03$$

và giả thuyết không như sau:

$$H_0 : p = 0.03$$

Nếu chúng ta có thể bác bỏ H_0, thì chúng ta có thể kết luận rằng qui trình được điều chỉnh này tạo ra ít sản phẩm có lỗi hơn.

CÁC SAI LẦM LOẠI I VÀ LOẠI II

- **Sai lầm loại I** là sai lầm của việc bác bỏ H_0 khi nó đúng
- **Sai lầm loại II** là sai lầm của việc không bác bỏ H_0 khi nó sai

CÁC KẾT LUẬN ĐÚNG VÀ SAI TRONG KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT

		Điều kiện của tổng thể	
		H_0 đúng	**H_0 sai**
Kết luận	**Không bác bỏ H_0**	Kết luận Đúng	*Sai lầm Loại II*
	Bác bỏ H_0	*Sai lầm Loại I*	Kết luận Đúng

CÁC SAI LẦM LOẠI I VÀ LOẠI II

- **α là xác suất của sai lầm loại I**
  - α = P(Bác bỏ H_0 / H_0 đúng) = P(Sai lầm loại I)
  - α được gọi là mức ý nghĩa của kiểm định, $0.01 < \alpha < 0.1$
  - Thường chọn $\alpha = 0.05$

- **β là xác suất của sai lầm loại II**
  - β = P(Không bác bỏ H_0 / H_0 sai) = Sai lầm loại II)
  - $(1-\beta)$ = P(Bác bỏ H_0 / H_0 sai) = Năng lực của kiểm định
  - α càng nhỏ thì β càng lớn
  - Giảm α và β bằng cách tăng cỡ mẫu.

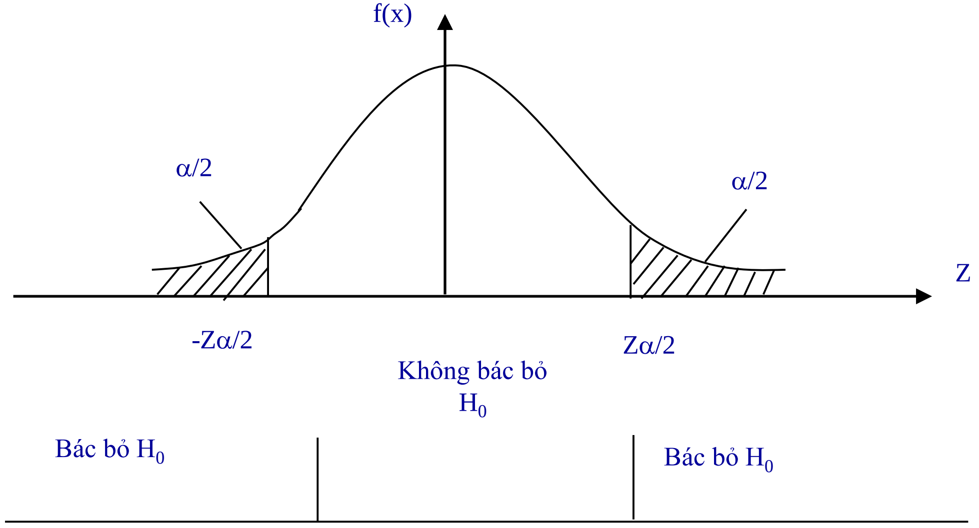
MIỀN BÁC BỎ

Một miền bác bỏ R định rõ các giá trị của trị thống kê sẽ chỉ dẫn cho chúng ta bác bỏ H_0

Kiểm dịnh 2-phía

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_a : \mu \neq \mu_0$

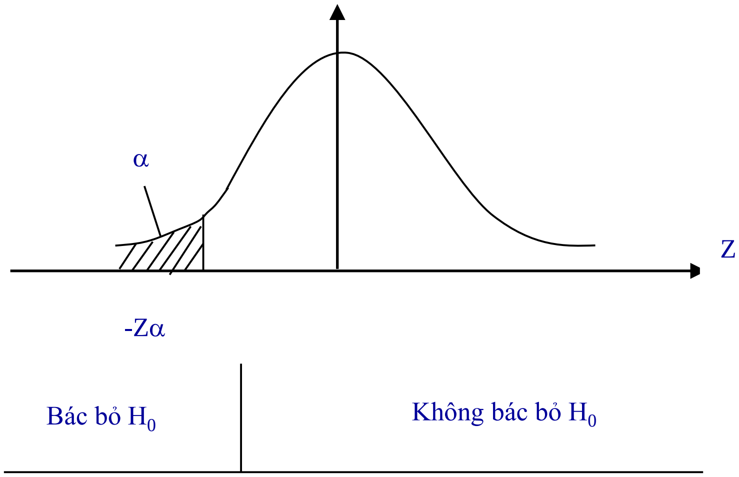


MIỀN BÁC BỎ

Kiểm định 1-phía

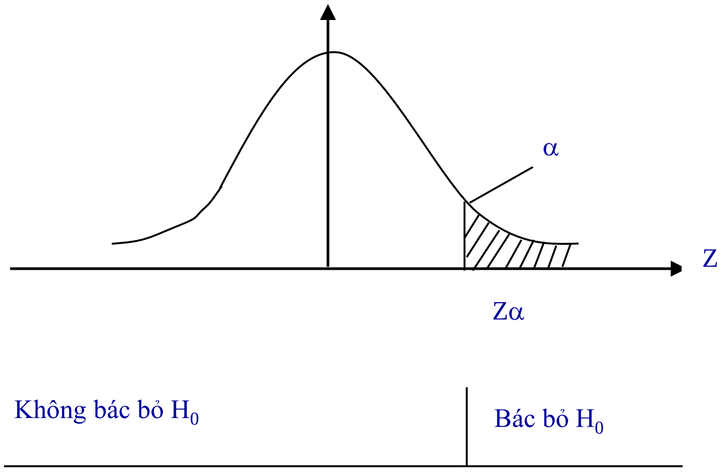
$H_0 : \mu \geq \mu_0$

$H_a : \mu < \mu_0$



$H_0 : \mu \leq \mu_0$

$H_a : \mu > \mu_0$



KIỂM ĐỊNH 1-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

Giả thuyết

Trường hợp 1

$H_0 : \mu \geq \mu_0$

$H_a : \mu < \mu_0$

Trường hợp2

$H_0 : \mu \leq \mu_0$

$H_a : \mu > \mu_0$

Trị thống kê

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

KIỂM ĐỊNH 1-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

Phương pháp p-value

- **p-value**

  p-value là xác suất, được tính từ trị thống kê, đo lường mức độ ủng hộ (hay không ủng hộ) cung cấp bởi mẫu đối với giả thuyết H_0

- **Tiêu chí p-value đối với kiểm định giả thuyết**

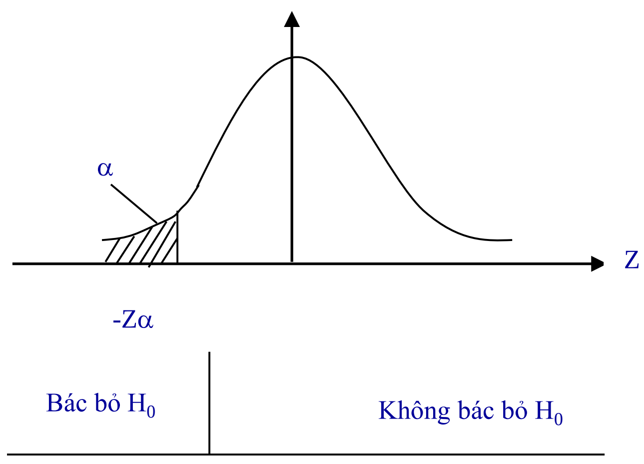
  Bác bỏ H_0 nếu p-value < α

KIỂM ĐỊNH 1-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

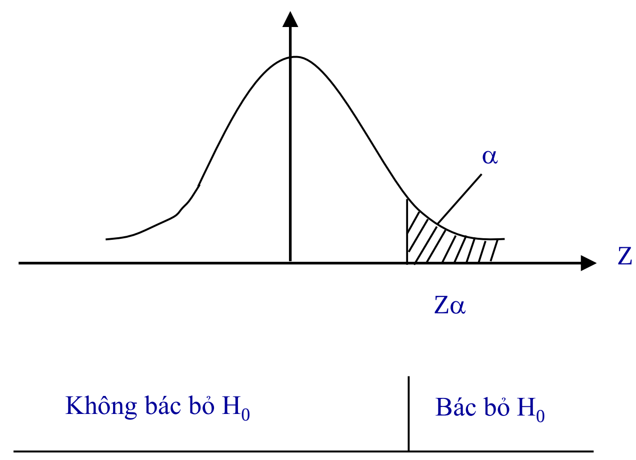
Phương pháp giá trị tới hạn

(Qui tắc bác bỏ)

Bác bỏ H_0 nếu $Z < -Z\alpha$



Bác bỏ H_0 nếu $Z > Z\alpha$



KIỂM ĐỊNH 2-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

Giả thuyết:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_a : \mu \neq \mu_0$

Trị thống kê:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

KIỂM ĐỊNH 2-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

p-value đối với kiểm định 2-phía

- Trong kiểm định 2-phía, p-value được tính bằng cách nhân đôi diện tích ở phần đuôi của phân phối

- Vì diện tích được nhân đôi nên p-value có thể so sánh trực tiếp với α và qui tắc bác bỏ vẫn giống như trước

- **Bác bỏ H_0 nếu p-value < α**

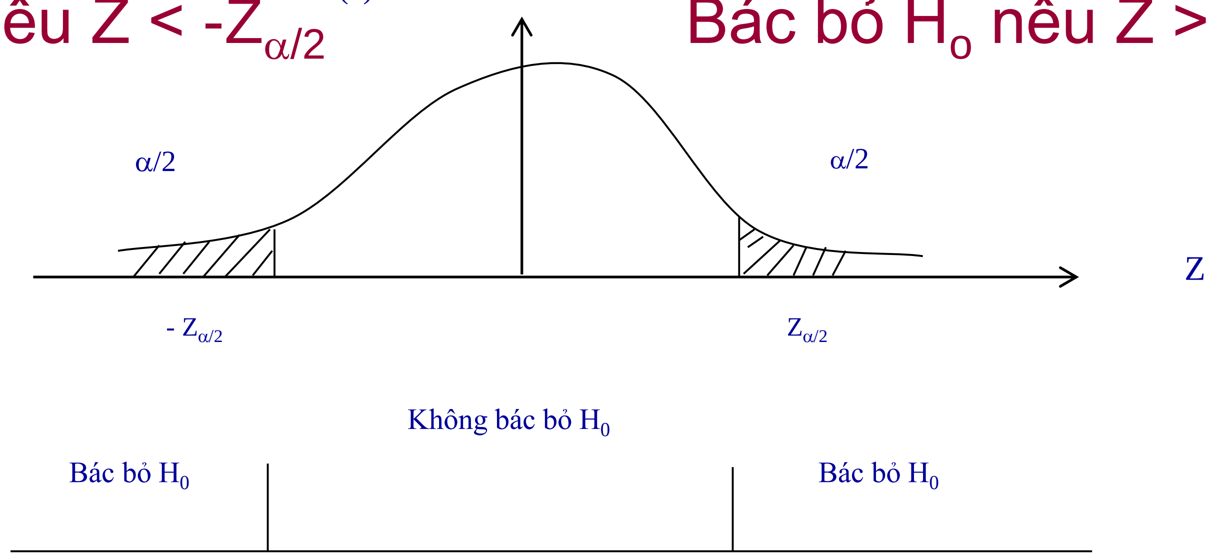
KIỂM ĐỊNH 2-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

Phương pháp giá trị tới hạn

(Qui tắc bác bỏ)

Bác bỏ H_o nếu $Z < -Z_{\alpha/2}$

Bác bỏ H_o nếu $Z > Z_{\alpha/2}$



KIỂM ĐỊNH 2-PHÍA VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: BIẾT σ

Mối liên hệ giữa ước lượng khoảng và kiểm định giả thuyết

Một phương pháp khoảng tin cậy để kiểm định giả thuyết dưới dạng:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_a : \mu \neq \mu_0$

Chọn một mẫu ngẫu nhiên đơn giản từ tổng thể và dùng giá trị của trung bình của mẫu để phát triển khoảng tin cậy đối với μ.

$$\overline{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Nếu khoảng tin cậy chứa giá trị được giả thuyết μ_0, thì không bác bỏ H_0. Nếu không chứa thì bác bỏ H_0

CÁC BƯỚC KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT

- Bước 1: Phát triển H_0 và H_a
- Bước 2: Định mức ý nghĩa α
- Bước 3: Thu thập dữ liệu mẫu và tính trị thống kê kiểm định

▪Phương pháp p-value

- Bước 4: Dùng giá trị của trị thống kê kiểm định để tính p-value
- Bước 5: Bác bỏ H_0 nếu p-value < α

▪Phương pháp giá trị tới hạn

- Bước 4: Dùng α để xác định giá trị tới hạn và qui tắc bác bỏ
- Bước 5: Dùng giá trị của trị thống kê kiểm định và qui tắc bác bỏ để xác định xem có bác bỏ H_0 hay không

VÍ DỤ

Sản lượng hàng ngày tại một nhà máy hóa chất, được ghi nhận cho n = 50 ngày, có một số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu là 871 tấn và 21 tấn. Hãy kiểm định giả thuyết rằng sản lượng bình quân hàng ngày của nhà máy đó là $\mu = 880$ tấn mỗi ngày so với giả thuyết thay thế là μ hoặc lớn hơn hay nhỏ hơn 880 tấn mỗi ngày.

VÍ DỤ

Một nghiên cứu về các chi phí của qui trình này cho thấy rằng trọng lượng trung bình của các viên kim cương phải lớn hơn 0.5 cara nhằm để cho qui trình này hoạt động ở một mức có khả năng thu được lợi nhuận. Liệu trọng lượng của sáu viên kim cương tổng hợp, 0.46, 0.61, 0.52, 0.48, 0.57, và 0.54 cara, có cung cấp đủ bằng chứng để chỉ rà rằng trọng lượng trung bình của kim cương được sản xuất ra bởi qui trình này có vượt quá 0.5 cara? Hãy kiểm định bằng cách sử dụng

KIỂM ĐỊNH VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: KHÔNG BIẾT σ

- s được dùng để ước lượng σ
- Phân phối t có thể được dùng để suy diễn về μ
- Trị thống kê kiểm định là

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- df = n-1
- Cỡ mẫu nhỏ (n < 30) và tổng thể tuân theo một phân phối chuẩn hoặc gần chuẩn → cũng dùng công thức này

KIỂM ĐỊNH VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: KHÔNG BIẾT σ

Kiểm định 1-phía

$H_0 : \mu \geq \mu_0$

$H_a : \mu < \mu_0$

Bác bỏ H_0 nếu $t < -t_{\alpha,\ n-1}$

$H_0 : \mu \leq \mu_0$

$H_a : \mu > \mu_0$

Bác bỏ H_0 nếu $t > t_{\alpha,\ n-1}$

Kiểm định 2-phía

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_a : \mu \neq \mu_0$

Bác bỏ H_0 nếu $t < -t_{\alpha/2,\ n-1}$ hay nếu $t > t_{\alpha/2,\ n-1}$

KIỂM ĐỊNH VỀ TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ: KHÔNG BIẾT σ

p-value và phân phối t

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \xrightarrow[d_f = n-1]{\text{Dùng bảng t}} \text{p-value}$$

Bác bỏ H_0 nếu p-value $< \alpha$

KIỂM ĐỊNH VỀ TỈ LỆ CỦA TỔNG THỂ

Gọi p : tỉ lệ của tổng thể

p_0 : giá trị cụ thể của giả thuyết đối với tỉ lệ của tổng thể

Giả thuyết

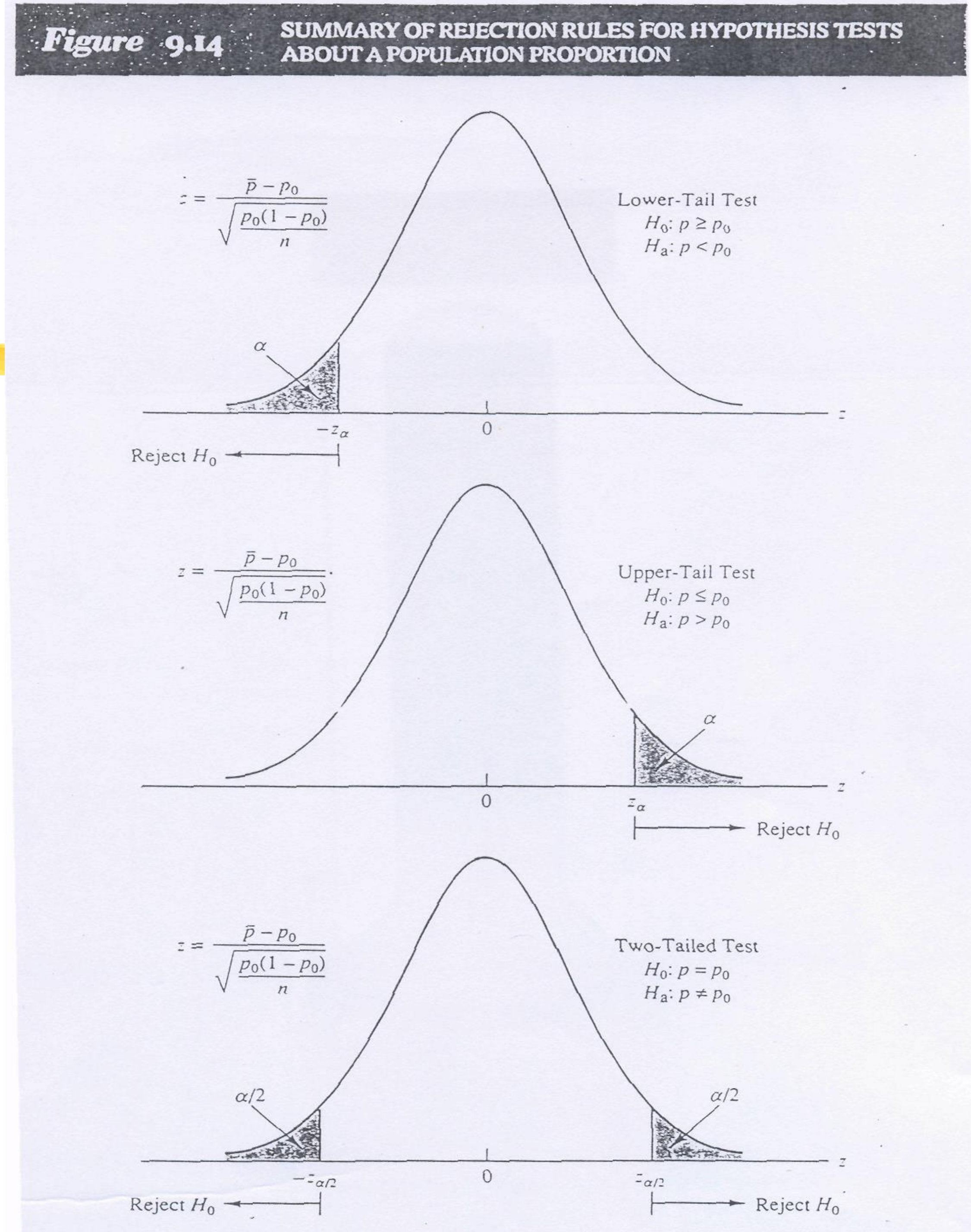
$H_0 : p \geq p_0$	$H : p \leq p_0$	$H_0 : p = p$
$H_a : p < p_0$	$H : p > p_0$	$H_a : p \neq p_0$

Trị thống kê kiểm định

$$Z = \frac{p^{\wedge} - p_0}{\sigma_{\bar{p}}} \qquad \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

KIỂM ĐỊNH VỀ TỈ LỆ CỦA TỔNG THỂ

Qui tắc bác bỏ



KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT VỀ SỰ KHÁC BIỆT GIỮA 2 TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ

Giả thuyết không $H_0: \mu_1 = \mu_2$ hay $\mu_1 - \mu_2 = D_0$

Giả thuyết thay thế $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ hay $\mu_1 - \mu_2 \neq D_0$

Trị thống kê kiểm định

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Nếu cỡ mẫu nhỏ, không biết σ_1^2 và σ_2^2 và giả sử $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}; df = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT VỀ SỰ KHÁC BIỆT GIỮA 2 TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ

Nếu cỡ mẫu nhỏ, không biết σ_1^2 và σ_2^2 và giả sử σ_1^2 khác σ_2^2

Trị thống kê kiểm định t là

$$\frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$$

Với bậc tự do là

$$\boxed{df = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\left(\dfrac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}\right)}}$$

KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT VỀ SỰ KHÁC BIỆT CẶP GIỮA 2 TRUNG BÌNH CỦA TỔNG THỂ

Kiểm định khác biệt cặp cho (μ_1 - μ_2 = μ_d)

Giả thuyết không H_0: $\mu_d = 0$

Giả thuyết thay thế H_a: $\mu_d \neq 0$ (hoặc $\mu_d > 0$ hoặc $\mu_d < 0$)

Trị thống kê kiểm định

$$t = \frac{\bar{d} - 0}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

VÍ DỤ

Một nhà sản xuất muốn so sánh chất lượng độ bền của hai loại vỏ xe khác nhau, *A* và *B*. Trong sự so sánh này, một vỏ xe thuộc loại *A* và một vỏ xe thuộc loại *B* được chỉ định ngẫu nhiên và lắp vào các bánh sau của mỗi trong số năm chiếc xe hơi. Các chiếc xe này sau đó được lái đi trong quãng đường tính bằng dặm được xác định cụ thể, và lượng hao mòn được ghi nhận cho từng chiếc vỏ xe. Những đại lượng này được thể hiện trong Bảng dữ liệu bên dưới. Liệu dữ liệu này có cung cấp đủ bằng chứng để chỉ ra rằng có một sự khác biệt trong khối lượng hao mòn bình quân cho hai loại vỏ xe này không?

VÍ DỤ

Xe	VỎ XE A	VỎ XE B	d
1	10.6	10.2	0.4
2	9.8	9.4	0.4
3	12.3	11.8	0.5
4	9.7	9.1	0.6
5	8.8	8.3	0.5

Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt giữa 2 tỷ lệ nhị thức của tổng thể (mẫu lớn)

Giả thuyết không

$H_0: (p_1 - p_2) = D_0$.

Giả thuyết thay thế

$H_a: (p_1 - p_2) \neq D_0$ hoặc $H_a: (p_1 - p_2) > D_0$ hoặc $H_a: (p_1 - p_2) < D_0$.

Trị thống kê kiểm định

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - D_0}{\sigma_{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - D_0}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}}}$$

VÍ DỤ

Một người quản lý bệnh viện nghi ngờ rằng trễ hạn trong việc thanh toán các hóa đơn viện phí đã gia tăng trong năm qua. Hồ sơ lưu trữ của bệnh viện cho thấy rằng các hóa đơn của 48 trong số 1284 người nhập viện trong tháng 4 đã trễ hạn trong hơn 90 ngày. Con số này so với 34 trong 1002 người nhập viện trong cùng tháng này năm trước đó. Liệu những dữ liệu này có cung cấp đủ bằng chứng để cho thấy có sự gia tăng trong tỷ lệ trễ hạn thanh toán vượt quá 90 ngày không? Hãy kiểm định giả thuyết với $\alpha = 10\%$?