

KINH TẾ VI MÔ 2

BÀI GIẢNG 6  
LÝ THUYẾT NGƯỜI TIÊU DÙNG  
MỞ RỘNG VÀ ÔN TẬP

# **Nội dung**

- 1. Bài toán của người tiêu dùng  
(consumption duality)**
- 2. Ôn tập/ thảo luận lý thuyết người tiêu dùng**
- 3. Thảo luận cách giải bài tập 1**

# Bài toán tối đa hóa độ thỏa dụng

- Bài toán:

$$\begin{aligned} & \max_{q_1, q_2} U(q_1, q_2) \\ \text{s.t.} \quad & Y = p_1 q_1 + p_2 q_2 \\ & q_1 \geq 0, q_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Giải toán: Hàm số Lagrangian:

$$\mathcal{L} = U(q_1, q_2) + \lambda(Y - p_1 q_1 - p_2 q_2) \quad (\lambda: \text{số nhân/ Lagrange multiplier})$$

Điều kiện đạo hàm bậc nhất (F.O.C):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \frac{\partial U}{\partial q_1} - \lambda p_1 = 0 \quad (1) & \rightarrow \lambda = \frac{\partial U}{\partial q_1} \frac{1}{p_1} = \frac{U_1}{p_1} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \frac{\partial U}{\partial q_2} - \lambda p_2 = 0 \quad (2) & \rightarrow \lambda = \frac{\partial U}{\partial q_2} \frac{1}{p_2} = \frac{U_2}{p_2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \frac{\partial U}{\partial q_1} - \lambda p_1 = 0 \quad (1) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \frac{\partial U}{\partial q_2} - \lambda p_2 = 0 \quad (2) \end{aligned}} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{U_1}{p_1} = \frac{U_2}{p_2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = Y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0 \quad (3)$$

# Bài toán tối đa hóa độ thỏa dụng

- Giải toán (tt):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = Y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0 \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{U_1}{p_1} = \frac{U_2}{p_2} \quad (4) \quad \Rightarrow U_1 = \frac{U_2 p_1}{p_2} \quad \Rightarrow q_1 = q(q_2, p_1, p_2) \quad (5)$$

Thay (5) vào (3):

$$p_1 q(q_2, p_1, p_2) + p_2 q_2 = Y \quad \Rightarrow q_2^* = q_2(Y, p_1, p_2) \quad (6)$$

$$\text{Thay (6) vào (5)} \Rightarrow q_1^* = q_1(Y, p_1, p_2) \quad (7)$$

(6) và (7) là **hàm cầu không bù đắp (uncompensated demand / Walrasian demand)**

Tính được:  $U_{\max}(q_1, q_2) = v(Y, p_1, p_2) = \bar{U}$

$v(Y, p_1, p_2)$  gọi là **hàm thỏa dụng gián tiếp (indirect utility function)**

Và  $\lambda = \frac{U_1}{p_1}$ , gọi là **giá mờ (shadow price)**: mức **thỏa dụng biên** đạt được trên mỗi đồng ngân sách tăng thêm ( $\sim$  mức sẵn lòng trả để mua thêm một đơn vị hàng hóa.)

# Bài toán tối thiểu hóa chi tiêu

- Bài toán:

$$\begin{aligned} \min_{q_1, q_2} E &= p_1 q_1 + p_2 q_2 \\ \text{s.t.} \quad U(q_1, q_2) &= \bar{U} \\ q_1 &\geq 0, q_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Giải toán:

Hàm số Lagrangian:

$$\mathcal{L} = p_1 q_1 + p_2 q_2 + \mu(\bar{U} - U(q_1, q_2))$$

Điều kiện đạo hàm bậc nhất (F.O.C):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = p_1 - \mu \frac{\partial U}{\partial q_1} &= 0 \quad (1) \quad \rightarrow \mu = p_1 \frac{1}{\frac{\partial U}{\partial q_1}} = \frac{p_1}{U_1} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = p_2 - \mu \frac{\partial U}{\partial q_2} &= 0 \quad (2) \quad \rightarrow \mu = p_2 \frac{1}{\frac{\partial U}{\partial q_2}} = \frac{p_2}{U_2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = p_1 - \mu \frac{\partial U}{\partial q_1} &= 0 \quad (1) \quad \rightarrow \mu = p_1 \frac{1}{\frac{\partial U}{\partial q_1}} = \frac{p_1}{U_1} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = p_2 - \mu \frac{\partial U}{\partial q_2} &= 0 \quad (2) \quad \rightarrow \mu = p_2 \frac{1}{\frac{\partial U}{\partial q_2}} = \frac{p_2}{U_2} \end{aligned}} \right\} \rightarrow \frac{1}{\mu} = \frac{U_1}{p_1} = \frac{U_2}{p_2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \bar{U} - U(q_1, q_2) = 0 \quad (3)$$

# Bài toán tối thiểu hóa chi tiêu

- Giải toán (tt):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \bar{U} - U(q_1, q_2) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{U_1}{p_1} = \frac{U_2}{p_2} \quad (4) \quad \Rightarrow U_1 = \frac{U_2 p_1}{p_2} \quad \Rightarrow q_1 = h(q_2, p_1, p_2) \quad (5)$$

Thay (5) vào (3):

$$U(h(q_2, p_1, p_2), q_2) = \bar{U} \quad \Rightarrow q_2^* = h_2(\bar{U}, p_1, p_2) \quad (6)$$

$$\text{Thay (6) vào (5)} \quad \Rightarrow q_1^* = h_1(\bar{U}, p_1, p_2) \quad (7)$$

(6) và (7) là **hàm cầu bù đắp (compensated demand / Hicksian demand)**

Tính được:  $E_{\min}(q_1, q_2) = e(\bar{U}, p_1, p_2) = \bar{E}$

**$e(\bar{U}, p_1, p_2)$  là hàm chi tiêu (expenditure function)**

Và  $\mu = \frac{p_1}{U_1}$ , là **giá mờ (shadow price)**: mức **chi tiêu biên** để tăng độ thỏa dụng thêm một đơn vị.

# Bài toán đối ngẫu của người tiêu dùng

Bài toán cơ bản  
(Primal problem)

$$\begin{aligned} \max_q & U(q) \\ \text{s.t. } & Y = pq \end{aligned}$$

Hàm cầu không bù đắp  
(**Marshallian** demand)

$$q = q(p, Y)$$

Hàm thỏa dụng gián tiếp  
(indirect utility function)

$$\bar{U} = v(p, Y)$$

Tác động  
thay thế

Tác động  
thu nhập

Phương trình Slutsky  
(Slutsky's equation)

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - q_j \frac{\partial q_i}{\partial Y}$$

$$e = Y$$

$$v = \bar{U}$$

Bài toán đối ngẫu  
(Dual problem)

$$\begin{aligned} \min_q & pq \\ \text{s.t. } & U(q) = \bar{U} \end{aligned}$$

Hàm cầu bù đắp  
(**Hicksian** demand)

$$h = h(p, \bar{U})$$

Hàm chi tiêu  
(expenditure function)

$$E = e(p, \bar{U})$$

# Bài toán đối ngẫu của người tiêu dùng

**Bài toán cơ bản  
(Primal problem)**

$$\begin{aligned} \max_q & U(q) \\ \text{s.t. } & Y = pq \end{aligned}$$



Hàm cầu không bù đắp  
(Marshallian demand)

$$q = q(p, Y)$$



Hàm thỏa dụng gián tiếp  
(indirect utility function)

$$\bar{U} = v(p, Y)$$

**Bài toán đối ngẫu  
(Dual problem)**

$$\begin{aligned} \min_q & pq \\ \text{s.t. } & U(q) = \bar{U} \end{aligned}$$



Hàm cầu bù đắp  
(Hicksian demand)

$$h = h(p, \bar{U})$$



Hàm chi tiêu  
(expenditure function)

$$E = e(p, \bar{U})$$

Tìm được  
hàm cầu Marshallian

Thế  $\bar{U}$  vào  
hàm cầu Hicksian



# Bài toán đối ngẫu của người tiêu dùng

**Bài toán cơ bản  
(Primal problem)**

$$\begin{aligned} \max_q & U(q) \\ \text{s.t. } & Y = pq \end{aligned}$$



Hàm cầu không bù đắp  
(Marshallian demand)

$$q = q(p, Y)$$



Hàm thỏa dụng gián tiếp  
(indirect utility function)

$$\bar{U} = v(p, Y)$$

**Bài toán đối ngẫu  
(Dual problem)**

$$\begin{aligned} \min_q & pq \\ \text{s.t. } & U(q) = \bar{U} \end{aligned}$$



Hàm cầu bù đắp  
(Hicksian demand)

$$h = h(p, \bar{U})$$

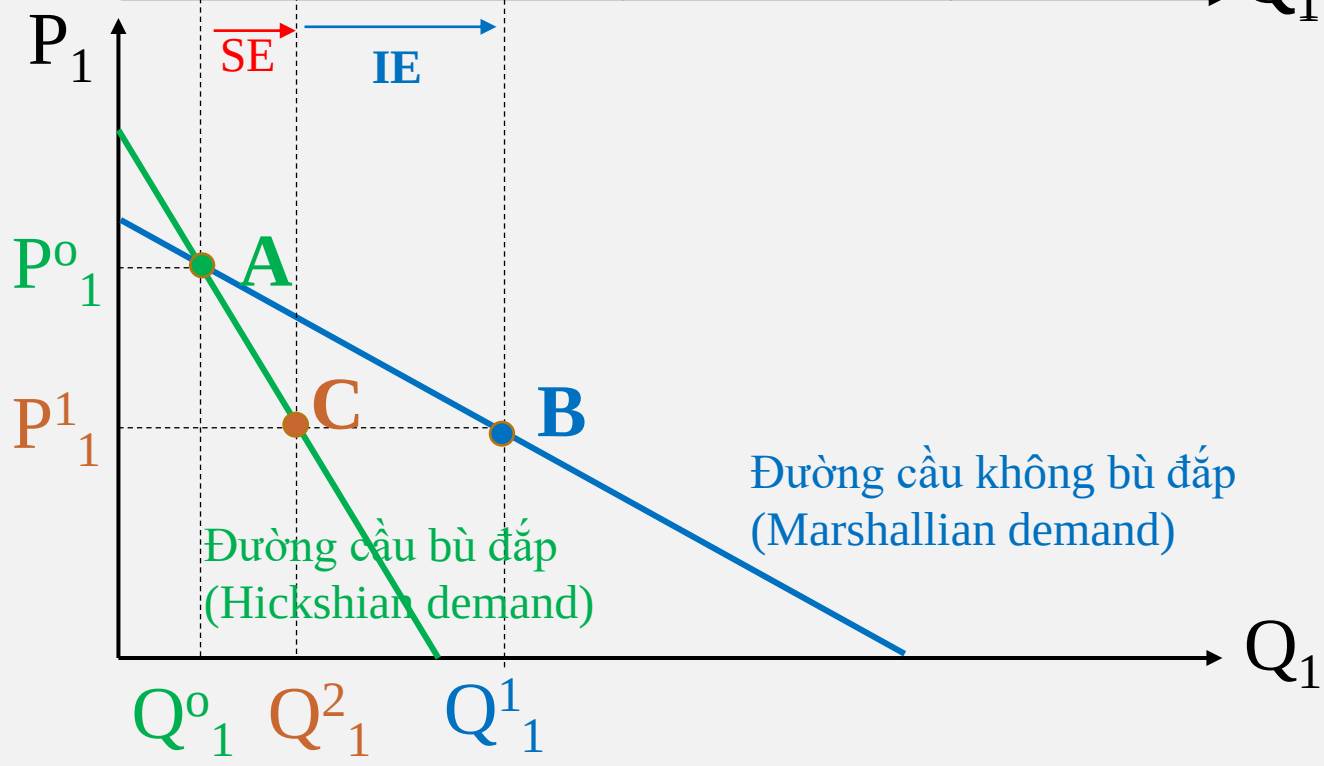
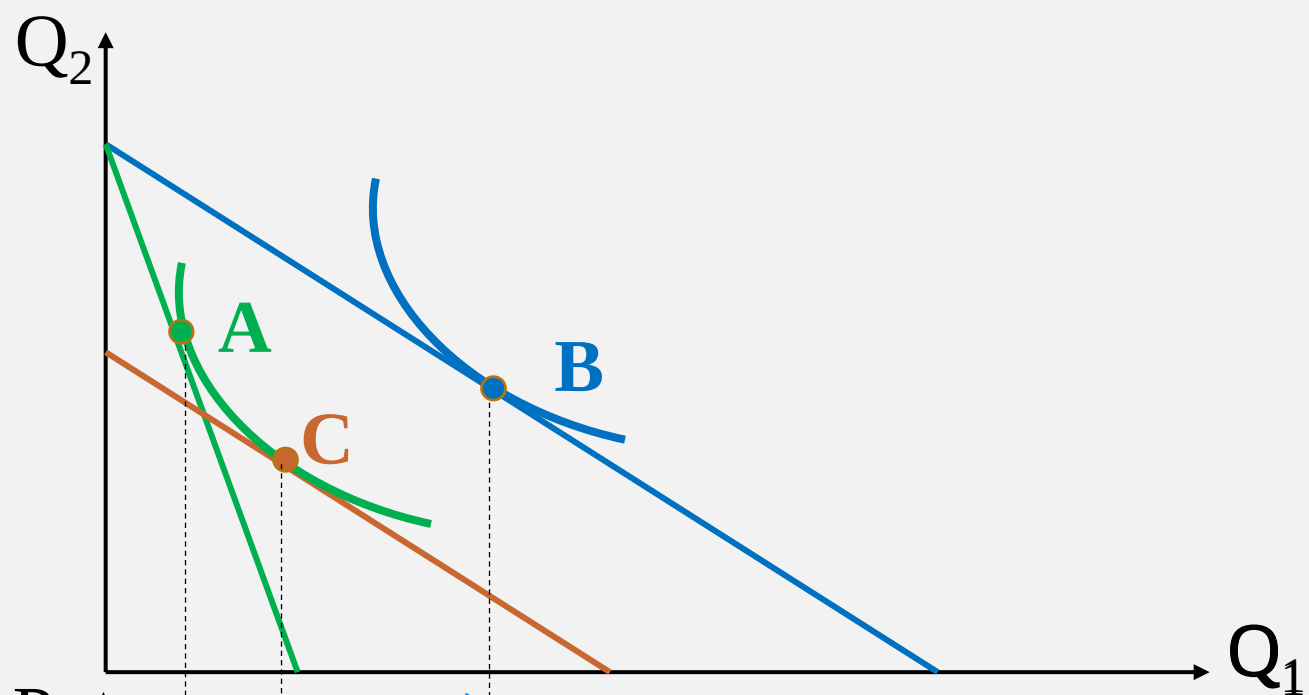


Hàm chi tiêu  
(expenditure function)

$$E = e(p, \bar{U})$$

Tìm được  
hàm cầu Hicksian

Thế  $E = Y$  vào  
hàm cầu Marshallian





**Ôn tập/ thảo luận lý thuyết người tiêu dùng?**

---



# Thảo luận Bài tập 1?

---