Chương 13
CÁC MÔ HÌNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Tất cả các mô hình kinh tế lượng đã thảo luận trước đây chỉ đề cập đến một biến phụ thuộc. Tuy nhiên, trong nhiều mô hình kinh tế, một số biến nội sinh (tức là biến phụ thuộc) được xác định một cách đồng thời. Ước lượng những phương trình cung và cầu là một ví dụ của loại biểu thức này, ở đây giá và lượng được xác định cùng lúc. Những mô hình kinh tế vĩ mô cũng là những ví dụ về đặc trưng của mô hình hệ phương trình. Trong chương này, chúng ta nghiên cứu những vấn đề đặc biệt nảy sinh khi ước lượng các mô hình hệ phương trình. Tuy nhiên, chỉ giới thiệu ở đây những mô hình hệ phương trình căn bản. Người đọc được hướng dẫn nên xem qua mục lục sách tham khảo ở phần cuối của chương để biết thêm chi tiết và tổng quát hơn về vấn đề này.

○ 13.1 Dạng Cấu Trúc Và Dạng Rút Gọn Của Mô Hình Hệ Phương Trình

Phương Trình Cấu Trúc

Xem xét các phương trình biểu diễn cung và cầu của lúa mì như sau (để đơn giản, chỉ số *t* ở dưới được bỏ đi):

$$q_d = a_0 + a_1 p + a_2 y + u \quad \textbf{(13.1)}$$

$$q_s = b_0 + b_1 p + b_2 r + v \quad \textbf{(13.2)}$$

$$q_d = q_s \quad \textbf{(13.3)}$$

với q_d là lượng cầu lúa mì, q_s là lượng cung lúa mì, p là giá, y là thu nhập, r là lượng mưa, và u và v là các số hạng nhiễu ngẫu nhiên. Phương trình đầu tiên thể hiện quan hệ cầu, trong đó lượng cầu có quan hệ với giá và thu nhập. Phương trình (13.2) chỉ rõ lượng cung là hàm của giá và lượng mưa. Mặc dù những biến khác ví dụ như lượng phân bón, máy móc sử dụng, … là những yếu tố quan trọng đối với lượng cung, nhưng để đơn giản trong giải thích ta không đưa chúng vào trong mô hình. Phương trình (13.1) và (13.2) được biết đến như những **phương trình hành vi** (bởi vì chúng được xác định bởi hành vi của các tác nhân kinh tế). Lý thuyết kinh tế cơ bản cho chúng ta biết sự cân bằng của giá và lượng bán ra được xác định bởi sự cân bằng giữa lượng cung và cầu. Do vậy, phương trình (13.3) là điều kiện cân bằng mà nó xác định mức giá và lượng bán ra. Do đó hệ thống hệ phương trình bao gồm hai phương trình hành vi và một điều kiện cân bằng.

Phương trình (13.1), (13.2), và (13.3) được biết đến như những **phương trình cấu trúc** của mô hình hệ phương trình, và các hệ số hồi qui – a và b – là những **thông số cấu trúc**. Bởi vì giá và lượng được xác định một cách đồng thời, nên chúng đều là những **biến nội sinh**. Chúng ta lưu ý giá tác động lên lượng và ngược lại. Điều này được biết đến như hiện tượng **phản hồi**, là một đặc tính thông thường giữa những mô hình hệ phương trình. Thu nhập và lượng mưa không được xác định bởi mô hình đặc trưng nhưng chúng được coi là ngoại sinh, và do vậy chúng là những **biến ngoại sinh**. Trong các mô hình phương trình-đơn, chúng ta sử dụng những thuật

ngữ như *biến ngoại sinh* và *biến giải thích* thay thế cho nhau. Đối với những mô hình hệ phương trình, thì không thể sử dụng như vậy được nữa. Trong Phương Trình (13.1), giá cả là biến giải thích nhưng lại không phải là một biến ngoại sinh.

Mặc dù mô hình được đặc trưng bằng ba phương trình, cho nên bằng cách đặt $q_d = q_s = q$, chúng ta có thể giảm mô hình xuống còn một đặc trưng hai-phương trình. Mô hình hệ phương trình do đó chỉ còn hai phương trình với hai biến nội sinh (p và q) và ba biến ngoại sinh (một số hạng hằng số, thu nhập, và lượng mưa). Số phương trình trong một hệ thống (mà nó tương tự như số biến nội sinh) được ký hiệu là G, và số biến ngoại sinh được ký hiệu là K.

Một mô hình hệ phương trình có thể có các loại phương trình và biến khác nhau. Điều này được thể hiện tốt nhất bằng một ví dụ. Hãy xem xét mô hình vĩ mô đơn giản sau:

$$C_t = a_0 + a_1 DY_t + a_2 DY_{t-1} + u_t \quad \textbf{(13.4)}$$
$$I_t = b_0 + b_1 Y_t + b_2 Y_{t-1} + v_t \quad \textbf{(13.5)}$$
$$DY_t = Y_t - T_t \quad \textbf{(13.6)}$$
$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad \textbf{(13.7)}$$

với C là chi tiêu hộ gia đình, I là đầu tư, Y là tổng sản phẩm quốc gia (GNP), G là chi tiêu của chính phủ, T là tổng thuế, và DY là thu nhập khả dụng. Phương trình (13.6) định nghĩa thu nhập khả dụng bằng GNP trừ đi các loại thuế. Do vậy phương trình này là một *đồng nhất thức*. Phương trình (13.4) và (13.5) là những phương trình hành vi, và Phương trình (13.7) là điều kiện cân bằng, khá nổi tiếng trong các mô hình vĩ mô. Do đó mô hình bao gồm bốn phương trình cấu trúc với bốn biến nội sinh Y_t, C_t, I_t, và DY_t (tức là, $G = 4$). Biến DY_{t-1} là thu nhập khả dụng trong thời đoạn trước. Ở thời điểm t, biến nội sinh bị trễ, và do đó được xác định trước là Y_{t-1}. Do đó chúng ta thấy rằng một mô hình hệ phương trình bao gồm bốn biến ngoại sinh mà giá trị của chúng được cung cấp từ ngoài hệ thống, và các **biến được xác định trước** bao gồm những biến nội sinh trễ. Để tránh sự lộn xộn, từ giờ trở đi chúng ta gộp tất cả các biến ngoại sinh dưới nhóm tên *được xác định trước*. Một mô hình do vậy sẽ bao gồm những biến nội sinh (bằng số là G) và những biến được xác định trước (bằng số là K). Trong ví dụ vĩ mô, G bằng 4 và K bằng 5 (C_t, T_t, Y_{t-1}, DY_{t-1}, và một hằng số).

Một loại phương trình khác, chưa được xác định trong những ví dụ trước đây, là một **phương trình kỹ thuật**. Ví dụ, chúng ta có thể đưa thêm một hàm sản xuất vào mô hình vĩ mô, liên hệ tổng cung (Q) với những yếu tố nhập lượng như vốn (K) và lao động (L). Do đó, các loại phương trình gặp phải trong những mô hình hệ phương trình là những phương trình hành vi, kỹ thuật, điều kiện cân bằng, và đồng nhất thức.

Phương Trình Dạng Rút Gọn

Giải phương trình (13.1) và (13.2) và tìm p, chúng ta thu được quan hệ sau:

$$p = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} y + \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} r + \frac{v - u}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \textbf{(13.8)}$$

phương trình này có thể viết lại dưới dạng

$$p = l_0 + l_1 y + l_2 r + e_1 \quad \textbf{(13.9)}$$

Thay phương trình này vào Phương trình (13.1), ta được (q là lượng bán cân bằng):

$$q = (a_0 + a_1 l_0) + (a_1 l_1 + a_2)y + a_1 l_2 r + e_2 = m_0 + m_1 y + m_2 r + e_2 \qquad \textbf{(13.10)}$$

e_1 và e_2 là những số hạng sai số mới mà chúng phụ thuộc vào u và v. Phương trình (13.9) và (13.10) xác định từng biến nội sinh dưới dạng những biến được xác định trước, những thông số của mô hình, và những số hạng nhiễu ngẫu nhiên. Lưu ý rằng các vế phải của phương trình (13.9) và (13.10) không bao gồm bất kỳ các biến nội sinh. Hai phương trình này được hiểu như **dạng những phương trình rút gọn**, và các thông số l và m là những **thông số rút gọn**. Dạng phương trình rút gọn có được bằng cách giải ra từng biến nội sinh dưới dạng các biến được xác định trước, những thông số chưa biết, và những số hạng nhiễu. Chúng ta dễ dàng thấy rằng một *dạng phương trình rút gọn nói chung sẽ bao gồm các số hạng sai số từ tất cả các phương trình*. Do đó, dạng phương trình rút gọn cho GNP trong mô hình vĩ mô sẽ phụ thuộc vào một hằng số, G_t, T_t, Y_{t-1}, DY_{t-1}, tất cả các thông số cấu trúc, và các số hạng sai số u_t và v_t.

❍ BÀI THỰC HÀNH 13.1

Tìm dạng rút gọn cho mô hình vĩ mô trong các Phương Trình từ (13.4) – (13.7)

❍ 13. 2 Các Kết Quả Của Việc Bỏ Qua Tính Đồng Thời

Giả sử chúng ta xem xét từng phương trình trong mô hình hệ phương trình như một mô hình phương trình đơn và ước lượng các thông số, nếu có, bằng OLS. Tính chất của những ước lượng này là gì? Cụ thể, chúng có không thiên lệch, nhất quán, hiệu quả, BLUE, … hay không? Ví dụ, để ước lượng Phương Trình (13.4), giả sử chúng ta hồi qui C_t theo một hằng số, DY_t, và DY_{t-1}. Biết tính chất của các ước lượng khá là hữu ích. Vấn đề này sẽ được xem xét trong phần kế tiếp bằng một mô hình kinh tế vĩ mô đơn. Tuy nhiên, kết luận này được tổng quát hóa cho những mô hình với nhiều phương trình.

Xem xét mô hình xác định thu nhập nổi tiếng sau đây mà đã được trình bày trong những khoá học đầu tiên về kinh tế vĩ mô:

$$C_t = a + bY_t + u_t \qquad 0 < b < 1 \qquad \textbf{(13.11)}$$
$$Y_t = C_t + I_t \qquad \textbf{(13.12)}$$

với C_t là chi tiêu cho tiêu dùng, Y_t là tổng sản phẩm quốc gia ròng, và I_t là đầu tư ròng. Thay đổi duy nhất được thực hiện ở đây là thêm vào một số hạng nhiễu ngẫu nhiên u_t. Phương Trình (13.11) là hàm số chi tiêu cho tiêu dùng quen thuộc, và Phương Trình (13.12) là điều kiện cân bằng. Trong mô hình này, đầu tư được xem như thành phần ngoại sinh (và do vậy I_t và u_t theo giả thiết là không tương quan). C_t và Y_t là các biến nội sinh và số hạng hằng số và I_t là các biến được xác định trước.

Thay Y_t từ Phương Trình (13.12) vào Phương Trình (13.11) và giải ra C_t, chúng ta thu được dạng rút gọn của C_t:

$$C_t = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta I_t}{1-\beta} + \frac{u_t}{1-\beta} \qquad \textbf{(13.13)}$$

Tương tự, thay C_t từ Phương Trình (13.13) vào Phương Trình (13.12) và tìm Y_t, chúng ta cũng có được dạng rút gọn của Y_t:

$$Y_t = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{I_t}{1-\beta} + \frac{u_t}{1-\beta} \quad \textbf{(13.14)}$$

Bây giờ chúng ta hãy xem xét các kết quả của việc ước lượng Phương Trình (13.11), bỏ qua dữ kiện đó là một phần của hệ thống hệ phương trình. Đầu tiên, chúng ta dễ dàng nhận thấy rằng các ước lượng sẽ bị thiên lệch. Tính Chất 3.1 phát biểu rằng thủ tục bình phương tối thiểu mang lại những giá trị ước lượng không thiên lệch với điều kiện u_t có giá trị trung bình bằng không và không tương quan với các biến độc lập. Điều này có nghĩa là u_t sẽ không tương quan với Y_t. Nhưng, như đã thấy từ phương trình rút gọn của Y_t, giả thuyết này là sai. Điều này chứng minh rằng Y_t phụ thuộc vào u_t, và do đó việc áp dụng bình phương tối thiểu thông thường sẽ cho ra những giá trị ước lượng thiên lệch. Điều này đúng cho những mô hình với nhiều phương trình hơn. Tính chất đồng thời hàm ý rằng các biến nội sinh xuất hiện ở vế phải của phương trình được cho sẽ tương quan với phần dư tương ứng, do đó làm cho giá trị ước lượng OLS bị thiên lệch.

Những giá trị ước lượng chí ít là có nhất quán không; tức là, sự thiên lệch có tương đối nhỏ trong những cỡ mẫu lớn và những giá trị ước lượng có hội tụ về giá trị thực sự khi cỡ mẫu tăng lên mãi mãi không? Để trả lời câu hỏi này chúng ta cần một số phân tích chính thức. Giới hạn của giá trị ước lượng OLS $\hat{\beta}$ khi số quan sát *n* tăng lên không giới hạn được lấy ra từ phần phụ lục của chương này như sau:

$$\lim_{n\to\infty} \beta = \frac{\beta\sigma_I^2 + \sigma_u^2}{\sigma_I^2 + \sigma_u^2} = \beta + \frac{(1-\beta)\sigma_u^2}{\sigma_I^2 + \sigma_u^2} \quad \textbf{(13.15)}$$

với σ_I^2 và σ_u^2 là phương sai tương ứng của *I* và *u*. Bởi vì $b \neq 1$ và $\sigma_u^2 \neq 0$, nên chúng ta thấy rằng $\hat{\beta}$ không hội tụ về giá trị *b*. Cho nên, $\hat{\beta}$ không những bị thiên lệch mà còn không nhất quán. Sự thiên lệch của $\hat{\beta}$ được hiểu là **thiên lệch bình phương tối thiểu** hay **thiên lệch hệ phương trình**. Ngay cả đối với một cỡ mẫu lớn, sự thiên lệch sẽ không trở nên nhỏ nhưng đồng biến, dẫn đến một giá trị ước lượng quá mức của *b*. Thật thú vị khi biết rằng ngay cả khi không có những hệ số chưa biết hoặc không có các số hạng sai số ngẫu nhiên trong Phương Trình (13.12), thì thực tế rõ ràng cho thấy một tác động phản hồi gây nên sự thiên lệch và không nhất quán. Những sai số chuẩn của các giá trị ước lượng cũng bị thiên lệch, và do vậy các kiểm định giả thuyết là không có hiệu lực. Những kết quả của việc bỏ qua sự đồng thời được tóm tắt trong Tính Chất 13.1

Tính Chất 13.1 Nếu bỏ qua sự đồng thời giữa các biến và sử dụng thủ tục OLS để ước lượng các thông số của một hệ thống các hệ phương trình, thì các giá trị ước lượng sẽ bị thiên lệch và không nhất quán. Các dự báo dựa vào chúng cũng sẽ bị thiên lệch và không nhất quán. Thêm nữa, các kiểm định giả thuyết về các thông số sẽ không có hiệu lực.

Trong Phần 4.5 chúng ta đã ước lượng một quan hệ giữa HOUSING STARTS và GNP. Mặc dù những thay đổi của GNP tác động đến HOUSING STARTS, nhưng cũng có tác động phản hồi bởi vì HOUSING STARTS tác động lên mức cân bằng

của GNP. Do vậy chúng cùng được xác định bởi những yếu tố khác. Cho nên, các giá trị ước lượng trong Phần 4.5 sẽ gặp phải thiên lệch bình phương tối thiểu.

13.3 Vấn Đề Nhận Dạng

Phương trình dạng rút gọn (13.9) biểu diễn giá là một hàm số của các biến được xác định trước: hằng số, thu nhập, và lượng mưa. Bởi vì các biến được xác định trước không phải là biến nội sinh, và do đó chúng không tương quan với các số hạng sai số, nên OLS có thể được áp dụng cho dạng rút gọn để mang lại những giá trị ước lượng của các thông số dạng rút gọn (*l* và *m* trong ví dụ sử dụng ở đây) không thiên lệch, nhất quán, và hiệu quả, dẫn đến những sai số dạng rút gọn là "thay đổi ngẫu nhiên". Một câu hỏi tự nhiên là chúng ta có thể nhận được những giá trị ước lượng nhất quán của các thông số ban đầu trong những phương trình cấu trúc hay không (*a* và *b* trong ví dụ của chúng ta). Khi nhà điều tra thu được những giá trị ước lượng của phương trình dạng rút gọn và tiếp tục thử lại và giải ra những thông số cấu trúc, anh ta hoặc cô ta sẽ nhận thấy một trong ba tình huống sau: (1) không thể đi từ dạng rút gọn quay lại dạng cấu trúc, (2) có thể trở lại bằng một cách duy nhất, hoặc (3) có nhiều hơn một cách quay lại. Vấn đề có thể trở về dạng cấu trúc hay không và cấu trúc lại những giá trị ước lượng của những thông số cấu trúc từ các giá trị ước lượng của hệ số dạng rút gọn được biết đến như **vấn đề nhận dạng**. Loại đầu tiên, tức là không thể đi từ dạng rút gọn trở lại dạng cấu trúc, được gọi là **phương trình không nhận dạng được** hay **nhận dạng dưới mức**. Trường hợp thứ hai, tình huống duy nhất, được gọi là **nhận dạng chính xác**. Trường hợp cuối cùng, tức là có thể thu được nhiều hơn một giá trị ước lượng cấu trúc, được gọi là **nhận dạng quá mức.** Chúng ta xem xét từng trường hợp bằng một số mô hình phương trình cung và cầu.

Mô hình 1

Xem xét mô hình cung và cầu (VD, lúa mì) được trình bày trong những cuốn sách giáo khoa căn bản, không có những số hạng sai số ngẫu nhiên (để đơn giản, chỉ số *t* ở dưới được bỏ đi):

Cấu trúc:

$q_d = a_0 + a_1 p + u$ (phương trình đường cầu)
$q_s = b_0 + b_1 p + v$ (phương trình đường cung)
$q_d = q_s = q$ (điều kiện cân bằng)

Dạng rút gọn: (có được bằng cách tìm *p* và *q* riêng biệt)

$$p = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} + \frac{v - u}{\alpha_1 - \beta_1} = l_0 + e_1$$

$$q = \frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} + \frac{\alpha_1 v - \beta_1 u}{\alpha_1 - \beta_1} = m_0 + e_2$$

với *u* và *v* là những số hạng sai số ngẫu nhiên và $q = q_d = q_s$. Áp dụng OLS vào dạng rút gọn cho ra hai phương trình sau:

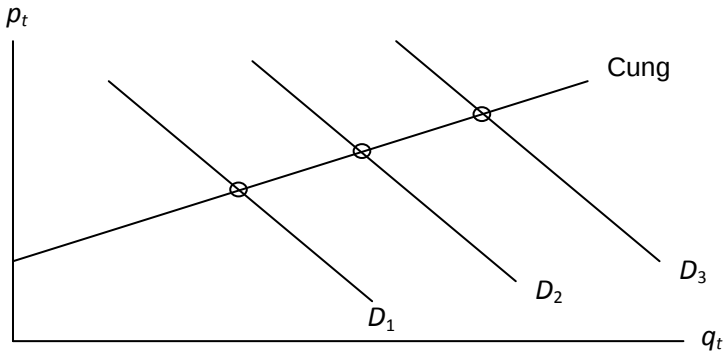
$$\hat{l}_0 = \bar{p} \text{ hoặc } \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} = \bar{p}$$

$$\hat{m}_0 = \bar{q} \text{ hoặc } \frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} = \bar{q}$$

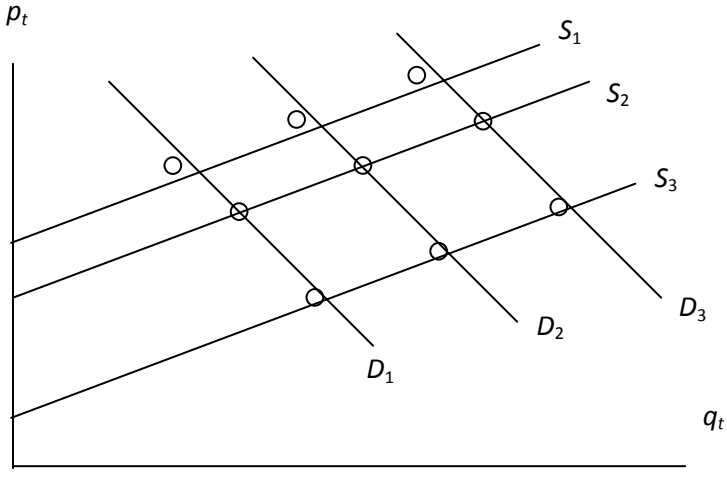
với $\overline{p}$ và $\overline{q}$ là trị trung bình mẫu của giá và lượng. Bởi vì chỉ có hai phương trình với bốn thông số chưa biết là a_0, a_1, b_0, và b_1, chúng ta không thể nhận được những giá trị ước lượng của chúng. Do đó chúng ta gặp phải vấn đề không thể trở lại dạng cấu trúc từ những giá trị ước lượng dạng rút gọn. Đây là trường hợp nhận dạng dưới mức.

Tại sao chúng ta không thể ước lượng được những đường cung và cầu đơn giản này có thể được giải thích bằng trực giác. Lưu ý rằng những quan sát (p_t, q_t) không phải là những điểm cân bằng và do vậy là những giao điểm của đường cung và cầu tại những điểm khác nhau. Giả sử đối với lý lẽ cho rằng đường cung cố định theo thời gian nhưng đường cầu dịch chuyển. Những điểm giao nhau (cũng là những quan sát) sẽ giống như Hình 13.1.

Hình 13.1 Đường Cầu Dịch Chuyển nhưng Đường Cung Không Đổi



Hình 13.2 Cả Đường Cung Và Đường Cầu Đều Dịch Chuyển



Những giá trị quan sát được của p và q kế đến sẽ đi dọc theo đường cung, nhưng chúng ta có thể kết luận nhầm lẫn đó là đường cầu với độ dốc sai. Tương tự như vậy, nếu chúng ta quan tâm đến đường cung, mà trong thực tế nó dịch chuyển trong khi đường cầu được duy trì không đổi, thì chúng ta sẽ ước lượng không phải là đường cung mà là đường cầu. Tuy nhiên, trong thực tế, cả hai đường cung và cầu đều dịch chuyển với những điểm giao nhau, như trong Hình 13.2. Những điểm quan sát (được ký hiệu bởi những vòng tròn) hoặc đi theo đường cung hoặc đi theo đường cầu. Do vậy, không với những thông tin bổ sung nào về việc cách thức những đường này dịch chuyển, thì những quan hệ này là không thể nhận dạng được.

Mô Hình 2

Chúng ta hãy hiệu chỉnh lại Mô hình 1 có quan tâm rõ ràng đến sự dịch chuyển như sau:

$$\begin{aligned} &\text{Cầu:} && q = a_0 + a_1 p + a_2 y + u \\ &\text{Cung:} && q = b_0 + b_1 p + v \end{aligned}$$

Với y là thu nhập và là biến ngoại sinh. Do đó chúng ta giả định rằng đường cung là cố định trong khi đường cầu dịch chuyển theo thu nhập. Như chúng ta thấy trên Hình 13.1, trong tình huống này, đường cung có thể được ước lượng, nhưng đường cầu thì không thể. Chúng ta hãy xác nhận điều này một cách chính thức. Dạng rút gọn là

$$\begin{aligned} p &= \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} y + \frac{v - u}{\alpha_1 - \beta_1} \\ &= l_0 + l_1 y + e_1 \\ q &= (b_0 + b_1 l_0) + b_1 l_1 y + e_2 \\ &= m_0 + m_1 y + e_2 \end{aligned}$$

Vì y là biến ngoại sinh và do đó là biến độc lập của e_1 và e_2, nên chúng ta có thể áp dụng OLS vào dạng rút gọn và thu được $\hat{l}_0$, $\hat{l}_1$ bằng cách lấy hồi qui p theo y và số hạng hằng số, và $\hat{m}_0$, $\hat{m}_1$ bằng cách lấy hồi qui q theo y và số hạng hằng số. Lưu ý rằng $\hat{b}_1 = \hat{m}_1/\hat{l}_1$ và $\hat{b}_0 = \hat{m}_0 - \hat{l}_0\hat{b}_1$, và do đó nhận dạng được đường cung. Nhưng không nhận dạng được đường cầu bởi vì

$$\hat{\lambda}_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \hat{\beta}_1} \qquad \hat{\lambda}_1 = \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 - \hat{\beta}_1}$$

chỉ có hai phương trình với ba thông số chưa biết a_0, a_1, vàa_2. Do đó chúng ta không thể quay lại dạng cấu trúc của phương trình cầu từ dạng rút gọn, nhưng có thể quay lại một cách duy nhất về phương trình cung.

Trong mô hình hai-phương trình, nếu một trong các phương trình có một biến bị loại bỏ, thì phương trình đó được nhận dạng. Ví dụ, trong Mô Hình 2, không có biến thu nhập trong phương trình cung và do đó được nhận dạng. Kết quả này không được chứng minh. Một điều kiện tương tự phải được thỏa mãn trong những mô hình đa phương trình. Phương trình cầu có thể được nhận dạng bằng cách nào? Theo qui tắc, một trong các biến hiện hữu trong phương trình cung phải bị loại ra khỏi phương trình cầu. Điều này được thể hiện trong mô hình tiếp theo.

Mô Hình 3

Đặt r là lượng mưa và xem xét mô hình sau, đã được sử dụng trước kia:

$$\begin{aligned} &\text{Cầu:} && q = a_0 + a_1 p + a_2 y + u \\ &\text{Cung:} && q = b_0 + b_1 p + b_2 r + v \end{aligned}$$

y, r, và hằng số là các biến ngoại sinh, và *p* và *q* là các biến nội sinh. Dạng rút gọn là

$$\begin{aligned} p &= \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} y + \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} r + e_1 \\ &= l_0 + l_1 y + l_2 r + e_1 \\ q &= (a_0 + a_1 l_0) + (a_1 l_1 + a_2) y + a_1 l_2 r + e_2 \\ &= m_0 + m_1 y + m_2 r + e_2 \end{aligned}$$

Lưu ý rằng dạng rút gọn bao gồm các biến ngoại sinh từ tất cả các phương trình. Chúng ta có thể chạy hồi qui của *p* theo số hạng hằng số, *y*, và *r* để nhận được $\hat{l}_0$, $\hat{l}_1$, và $\hat{l}_2$, và chạy hồi qui của *q* theo số hạng hằng số, *y*, và *r* để nhận được $\hat{m}_0$, $\hat{m}_1$, và $\hat{m}_2$. Từ những hồi qui này, các thông số cấu trúc thu được như sau:

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\mu}_2}{\hat{\lambda}_2} \qquad \hat{\alpha}_2 = \hat{\mu}_1 - \hat{\alpha}_1 \hat{\lambda}_1$$

$$\hat{\alpha}_0 = \hat{\mu}_0 - \hat{\alpha}_1 \hat{\lambda}_0 \qquad \hat{\beta}_1 = \hat{\alpha}_1 + \left(\frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\lambda}_1} \right)$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\lambda}_2 (\hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1) \qquad \hat{\beta}_0 = \hat{\alpha}_0 + \hat{\lambda}_0 (\hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1)$$

Do vậy, tất cả các thông số cấu trúc có thể được ước lượng một cách không quá khó hiểu.

Mô Hình 4

Bây giờ chúng ta trình bày một mô hình được nhận dạng quá mức:

$$\begin{aligned} &\text{Cầu:} && q = a_0 + a_1 p + a_2 y + u \\ &\text{Cung:} && q = b_0 + b_1 p + b_2 r + b_3 f + v \end{aligned}$$

với *f* là lượng phân bón sử dụng và là một biến ngoại sinh khác. Sự khác biệt giữa mô hình này và Mô Hình 3 là hai biến ngoại sinh (*r, f*) sẽ không hiện diện trong phương trình cầu. Dạng rút gọn là

$$\begin{aligned} p &= \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2 y}{\alpha_1 - \beta_1} + \frac{\beta_2 r}{\alpha_1 - \beta_1} + \frac{\beta_3 f}{\alpha_1 - \beta_1} + e_1 \\ &= l_0 + l_1 y + l_2 r + l_3 f + e_1 \\ q &= (a_0 + a_1 l_0) + (a_1 l_1 + a_2) y + a_1 l_2 r + a_1 l_3 f + e_2 \\ &= m_0 + m_1 y + m_2 r + m_3 f + e_3 \end{aligned}$$

Đầu tiên hồi qui *p* và *q* theo tất cả các biến ngoại sinh – *y, r, f* – và hằng số để nhận được các giá trị *l* và *m*. Khi $a_1 l_2 = m_2$, chúng ta có thể ước lượng a_1 như $\hat{m}_2 / \hat{l}_2$. Tuy nhiên, chúng ta cũng có $a_1 l_3 = m_3$. Do đó, $\hat{a}_1 = \hat{m}_3 / \hat{l}_3$ là một ước lượng khác của $\hat{a}_1$. Chỉ có một trường hợp hy hữu lắm thì chúng ta mới có thể tìm thấy hai giá trị ước lượng là như nhau. Tùy thuộc vào giá trị mà chúng ta chọn, ta sẽ thu được những giá trị ước lượng khác nhau cho các thông số. Do đó, có nhiều hơn một cách để trở lại mô hình cấu trúc, và chúng ta có trường hợp nhận dạng quá mức.

Để tóm tắt, chúng ta có thể đưa ra bất kỳ phương trình cấu trúc nào vào một trong ba nhóm nhận dạng sau:

1. *Không nhận dạng được:* Không có cách nào trở lại dạng cấu trúc từ dạng rút gọn. Cả hai phương trình của Mô Hình 1 và phương trình cầu của Mô Hình 2 là không nhận dạng được.
2. *Nhận dạng chính xác:* Chỉ có một cách duy nhất để trở lại, như trong Mô Hình 3
3. *Nhận dạng quá mức:* Có hơn một cách trở lại dạng cấu trúc từ dạng rút gọn, như trong Mô Hình 4. Lưu ý từ Mô Hình 4 là có một giới hạn phi tuyến tiềm ẩn giữa các thông số, gọi là, $m_2/l_2 = m_3/l_3$. Những thông số này được biết đến như **những hạn chế nhận dạng quá mức.**

Để xác định khả năng nhận dạng của một hệ thống các phương trình, kiểm tra hai tập điều kiện: *điều kiện thứ tự* và *điều kiện sắp hạng*. Điều kiện thứ tự chỉ là điều kiện cần chứ không phải là điều kiện đủ; tức là, nếu điều kiện thứ tự không được thỏa mãn, thì mô hình sẽ không được nhận dạng. Tuy nhiên, dữ kiện cho rằng điều kiện thứ tự được thỏa mãn cũng không bảo đảm khả năng nhận dạng của mô hình. Điều kiện sắp hạng cũng là điều kiện cần. Điều kiện thứ tự có thể được biểu diễn dưới ba dạng khác nhau.

Tính Chất 13.2 Đối với điều kiện thứ tự của khả năng nhận dạng, số biến loại trừ (tức là biến vắng mặt) từ một phương trình phải lớn hơn hoặc bằng $G - 1$, với G là số phương trình cấu trúc. Một cách khác, số biến được xác định trước (bao gồm cả biến ngoại sinh và tất cả các biến trễ, có cả biến nội sinh trễ) bị loại khỏi phương trình phải lớn hơn hoặc bằng số biến nội sinh trừ đi 1. Nói chung, số giới hạn ưu tiên lên các thông số không nên nhỏ hơn số phương trình trong mô hình trừ đi 1 ($G - 1$).

○ Ví dụ 13.1

Xem xét mô hình ba-phương trình sau, trong đó Y là các biến nội sinh và các biến X và số hạng hằng số là các biến được xác định trước:

$$Y_1 = a_0 + a_1Y_2 + a_2Y_3 + a_4X_1 + a_5X_2 + u_1$$
$$Y_2 = b_0 + b_1Y_3 + b_2X_1 + u_2$$
$$Y_3 = g_0 + g_1Y_2 + u_3$$

Bởi vì G ở đây bằng 3, nên để cho điều kiện thứ tự được thỏa mãn, ít nhất hai biến phải bị loại khỏi từ mỗi phương trình. Trong phường trình đầu tiên tất cả các biến đều hiện hữu; tức là không có biến nào bị loại bỏ cả. Do đó phương trình này không nhận dạng được. Trong phương trình thứ hai Y_1 và X_2 bị loại, và do vậy thỏa mãn điều kiện thứ tự. Trong phương trình thứ ba Y_1, X_1, và X_2 bị loại ra, và do đó phương trình này cũng thỏa mãn điều kiện thứ tự.

Phát biểu của điều kiện sắp hạng đòi hỏi một kiến thức về ma trận số học và việc đó nằm ngoài phạm vi của quyển sách này. Người đọc đã làm quen với đại số tuyến tính được khuyến khích tham khảo những quyển sách ghi trong phần phụ lục ở cuối chương này.

❍ BÀI THỰC HÀNH 13.2

Rút ra những phương trình dạng rút gọn cho hệ thống trong Ví Dụ 13.1 và cho biết bạn có thể trở lại và xây dựng lại các thông số cấu trúc từ những thông số dạng rút gọn hay không.

❍ 13.4 Những Thủ Tục Ước Lượng

Bình Phương Tối Thiểu Gián Tiếp

Chúng ta đã thấy rằng nếu một mô hình được nhận dạng chính xác, thì sẽ có một cách duy nhất để nhận được những giá trị ước lượng cấu trúc từ những giá trị ước lượng rút gọn. Thủ tục này được gọi là **thủ tục bình phương tối thiểu gián tiếp (ILS)** và được minh họa bằng mô hình vĩ mô đơn giản đã được trình bày trong Phần 13.2.

Dạng rút gọn của C_t có thể được viết lại như sau

$$C_t = l_0 + l_1 I_t + e_t \tag{13.16}$$

với $l_0 = a/(1 - b)$, $l_1 = b/(1 - b)$, và $e_t = u_t/(1 - b)$. Biến ngoại sinh I_t không tương quan với u_t, và vì thế OLS có thể áp dụng được cho dạng rút gọn. Tính chất này được tổng quát hóa cho một mô hình đa phương trình. Do vậy, những số hạng sai số trong dạng rút gọn của một mô hình hệ phương trình luôn luôn thỏa mãn những giả thiết cho việc áp dụng OLS vào dạng rút gọn. *Do đó những giá trị ước lượng OLS của những thông số dạng rút gọn* (l_0 *và* l_1 *trong ví dụ*) *là BLUE*. Ap dụng OLS vào Phương Trình (13.16) và sử dụng ký hiệu trong Phương Trình (13.A.2) và (13.A.3) trong phần phụ lục chương này, chúng ta có thể nhận được những giá trị ước lượng của *a* và *b* (ký hiệu bằng ~).

$$\frac{\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}} = \tilde{\lambda}_1 = \frac{S_{CI}}{S_{II}} \text{ hoặc } \tilde{\beta} = \frac{S_{CI}}{S_{CI} + S_{II}}$$

$$\tilde{\alpha} = (1 - \tilde{\beta})\tilde{\lambda}_0$$

Bởi vì những phép biến đổi của các giá trị ước lượng nhất quán cũng sẽ nhất quán, nên $\tilde{\alpha}$ và $\tilde{\beta}$ cũng nhất quán. Tuy nhiên, chúng không phải là không thiên lệch bởi vì những phép biến đổi là phi tuyến. Cho nên, thủ tục bao gồm đầu tiên áp dụng OLS vào các phương trình dạng rút gọn và tiếp theo sử dụng chúng để tìm ra một cách gián tiếp các thông số cấu trúc.

Phương pháp ILS không được sử dụng rộng rãi vì (1) hầu hết những mô hình hệ phương trình đều có xu hướng bị nhận dạng quá mức và (2) nếu hệ thống có nhiều phương trình, thì việc tìm ra dạng rút gọn và quay trở lại dạng cấu trúc sẽ rất dài dòng. Do đó một số phương pháp khác được sử dụng. Ở đây chúng ta chỉ giới thiệu hai trong số các phương pháp. Đối với những phương pháp khác, tham khảo bất kỳ quyển sách nào được đề cập trong phần mục lục sách tham khảo.

Thủ Tục Biến Công Cụ

Chúng ta thấy rằng các giá trị ước lượng OLS của một phương trình cấu trúc không nhất quán là do biến nội sinh ở vế phải (gọi là Y_2) tương quan với số hạng sai số. Giả sử chúng ta tìm thấy một biến (gọi là Z) có những tính chất sau: (1) Z không tương quan với số hạng sai số, và (2) Z tương quan rất mạnh với biến nội sinh ở vế bên phải Y_2. Z sẽ được coi là một biến thay thế tốt cho biến Y_2. Các giá trị ước lượng nhận được do việc sử dụng Z sẽ nhất quán bởi vì nó không tương quan với số hạng sai số. Biến như vậy được gọi là **biến công cụ**, và phương pháp vừa được mô tả, mà trong đó biến công cụ được sử dụng như một biến thay thế cho biến nội sinh gây ra thiên lệch bình phương tối thiểu, gọi là **kỹ thuật biến công cụ (IV).**

Để minh họa thủ tục này, xem xét mô hình hai –phương trình sau trong đó các số hạng hằng số bị loại bằng cách biểu diễn các biến như những độ lệch từ các trị trung bình (để đơn giản, chúng ta cũng bỏ chỉ số t ở dưới).

$$y_1 = a_1 y_2 + a_2 x_1 + u$$
$$y_2 = b_1 y_1 + b_2 x_2 + v$$

Nếu chúng ta đã áp dụng OLS vào phương trình đầu, chúng ta cũng có thể sử dụng mẫu tương tự của điều kiện $\text{Cov}(y_2, u) = 0$ và $\text{Cov}(x_1, u) = 0$, tức là

$$\sum y_2 \hat{u} = 0 \text{ và } \sum x_1 \hat{u} = 0$$

Tuy nhiên, hai đồng phương sai đầu tiên không bằng 0 do tính chất đồng thời, và vì vậy chúng ta không thể sử dụng điều kiện đầu tiên. Để có được một phương trình khác, kỹ thuật biến công cụ sẽ sử dụng dữ kiện $\text{Cov}(x_2, u) = 0$, bởi vì x_2 là biến ngoại sinh. Do đó, x_2 được sử dụng như công cụ đối với y_2, và điều kiện thứ hai sẽ là $\sum x_2 u = 0$. Sử dụng dữ kiện $u = y_1 - {}_1 y_2 - {}_2 x_1$, người ta đã chứng minh rằng các phương trình chuẩn, sử dụng cách tiếp cận IV, sẽ như sau:

$$\sum x_1 y_1 = \alpha_1 \sum x_1 y_2 + \alpha_2 \sum x_1^2$$
$$\sum x_2 y_1 = \alpha_1 \sum x_2 y_2 + \alpha_2 \sum x_1 x_2$$

Trong ví dụ này, các tham số cấu trúc được nhận biết một cách chính xác, và do vậy số các phương trình chuẩn bằng với số tham số. Tuy nhiên, nếu một trong các phương trình được nhận dạng quá mức, thì số các công cụ có thể có đối với y_2 sẽ nhiều hơn 1, và chúng ta sẽ có quá nhiều phương trình chuẩn. Chẳng hạn, giả sử rằng phương trình thứ hai cũng có biến ngoại sinh x_3. Thì phương trình thứ ba, $\sum x_3 u = 0$, sẽ tạo ra kết quả ba phương trình với hai tham số chưa biết, ${}_1$ và ${}_2$. Để tránh sự nhận dạng quá mức này, thủ tục chuẩn là sử dụng tổ hợp tuyến tính của các biến x trong tất cả các phương trình như là công cụ đối với y_2. Có thể nhận thấy rằng thủ tục này tạo ra các ước lượng nhất quán và hiệu quả một cách tiệm cận (tức là, đối với kích thước mẫu lớn). Nếu tất cả các phương trình đều tuyến tính theo các tham số, thì phương pháp thứ IV tương đương với **thủ tục bình phương tối thiểu hai giai đoạn (TSLS)**,

mà về tính toán thì dễ hơn cách tiếp cận biến công cụ. Thủ tục TSLS được mô tả ở phần tiếp theo.

Thủ Tục Bình Phương Tối Thiểu Hai Giai Đoạn

Thủ tục TSLS có thể được áp dụng để có các ước lượng duy nhất nhất quán và hiệu quả một cách tiệm cận. Kỹ thuật này cũng hữu dụng trong trường hợp nhận dạng chính xác, và nó sẽ cho các ước lượng giống như các ước lượng được cho bởi thủ tục ILS. Do đó, nó có thể được áp dụng liệu một mô hình được nhận dạng chính xác hay nhận dạng quá mức. TSLS dễ áp dụng và được minh họa ở đây cho mô hình 4 của phần 13.3. Một ví dụ thực tế và ứng dụng "bước – qua" được trình bày sau đây.

Giai đoạn 1 Trước tiên ước lượng dạng rút gọn đối với tất cả các biến nội sinh xuất hiện ở bên vế phải. Trong Mô hình 4, p là biến nội sinh duy nhất xuất hiện bên vế phải. Vì vậy hồi qui p trên y, r, f, và hằng số. Sau đó lưu lại $\hat{p}$, giá trị dự đoán của p thu được từ các ước lượng dạng rút gọn. Do vậy, $\hat{p} = \hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 y + \hat{\lambda}_2 r + \hat{\lambda}_3 f$.

Giai đoạn 2 Ước lượng phương trình cấu trúc nhưng sử dụng như các công cụ các biến nội sinh dự đoán thu được trong giai đoạn đầu tiên. Trong Mô hình 4 điều này có nghĩa rằng chúng ta hồi qui q theo hằng số, $\hat{p}$, và y cho phương trình nhu cầu. Hồi qui q theo hằng số, $\hat{p}$, r và f cho phương trình cung. Do đó, chúng ta sẽ ước lượng các phương trình cấu trúc nhưng thay thế p bằng $\hat{p}$. $\hat{p}$ là biến công cụ ở đây. Tuy nhiên, trong việc tính toán các sai số chuẩn, giá trị ban đầu p sẽ được sử dụng. Cũng vậy, khi tính toán R^2, sẽ tốt hơn để có giá trị này như là bình phương của tương quan giữa các giá trị quan sát và dự đoán của biến phụ thuộc (tức là, nội sinh). Có thể thấy rằng thủ tục này dẫn tới các ước lượng nhất quán.

Một thủ tục khác, được biết như **phương pháp bình phương tối thiểu ba giai đoạn**, xem xét các đồng phương sai giữa các số hạng sai số của các phương trình khác nhau. Thủ tục này và cá thủ tục khác chẳng hạn như *thích hợp cực đại khi thông tin giới hạn* và *thích hợp cực đại khi đầy đủ thông tin* nằm ngoài phạm vi của cuốn sách. Các độc giả quan tâm có nắm rõ về đại số ma trận có thể tham khảo phần mục lục sách tham khảo ở phần cuối của chương này.

Kiểm Định Nhân Tử Lagrange cho Các Biến Bị Loại Bỏ

Trong Chương 6, chúng ta đã thảo luận thủ tục để sử dụng kiểm định LM cho các biến thêm vào một mô hình đơn phương trình. Kiểm định cũng có thể ứng dụng trong bối cảnh của một hệ phương trình nhưng đòi hỏi một số thay đổi. Wooldridge (1990) đã chỉ ra rằng thủ tục kiểm định được sử dụng cho một mô hình đơn phương trình không mang tính ứng dụng bởi vì phân phối của trị thống kê nR^2 được tính toán theo cách thông thường chưa được biết ngay cả đối với mẫu kích thước lớn. Thay vào đó, ông ta đề nghị thủ tục sau:

Bước 1 Mô hình tổng quát $Y_t = {}_1X_{t1} + {}_2X_{t2} + u_t$, trong đó mục tiêu là kiểm định *giả thuyết không* ${}_2 = 0$. X_{t1} và X_{t2} được sử dụng một cách tổng quát để trình bày một tập hợp các biến cơ sở và một tập hợp các biến thêm vào, một

cách lần lượt (X_{t1} cũng bao gồm một số hạng hằng số). Được biểu thị bởi Z_t, các biến trong dạng rút gọn được sử dụng như những công cụ.

Bước 2 Ước lượng mô hình giới hạn $Y_t = {}_1X_{t1} + u_t$ bằng TSLS và lưu trữ các phần dư $\tilde{u}_t$ tương ứng.

Bước 3 Hồi qui X_{t1} theo Z_t và thu được các giá trị "thích hợp" $\tilde{X}_{t1}$.

Bước 4 Làm tương tự với X_{t2} và biểu thị các giá trị thích hợp bằng $\hat{X}_{t2}$.

Bước 5 Hồi qui $\tilde{u}_t$ theo $\tilde{X}_{t1}$ và $\hat{X}_{t2}$ và tính toán thống kê kiểm định nR^2. Dưới *giả thuyết không* ${}_2 = 0$, và đối với các mẫu lớn, trị thống kê này sẽ có một phân bố xấp xỉ $\chi^2_{k_2}$ với độ tự do k_2 bằng với số ràng buộc trong ${}_2 = 0$. Điều này có thể được sử dụng theo cách thông thường để kiểm định *giả thuyết không*.

Wooldridge cũng trình bày một thống kê F tương tự với thống kê kiểm định Wald trong các mô hình đơn phương trình.

Tương Quan Chuỗi trong một Mô Hình Hệ Phương Trình*

Nếu dữ liệu chuỗi thời gian được sử dụng để ước lượng một mô hình hệ phương trình, thì thông thường các số hạng nhiễu sẽ tương quan chuỗi. Kiểm định LM có thể được sử dụng để kiểm định cho tương quan chuỗi, nhưng nó, cũng vậy, đòi hỏi thay đổi tương tự với kiểm định đã làm trước đây (xem Wooldridge, 1991). Các bước như sau:

Bước 1 Ước lượng mô hình $Y_t = X_t + u_t$ bằng TSLS và lưu trữ các phần dư $\hat{u}_t$.

Bước 2 Hồi qui X_t bởi Z_t, các biến trong dạng rút gọn phục vụ như các công cụ, và thu được các giá trị thích hợp $\hat{X}_t$.

Bước 3 Hồi qui $\hat{u}_t$ theo $\hat{X}_t$ và $\hat{u}_{t-1}$, $\hat{u}_{t-2}$, …, $\hat{u}_{t-p}$ và tính $(n - p)R^2$. Tương quan chuỗi bậc p có thể được kiểm định với thủ tục này sử dụng phân phối $\div^2$ với bậc tự do p.

Nếu tương quan chuỗi hiện diện, thì việc sử dụng thủ tục TSLS chuẩn không thích hợp, và người ta có thể sử dụng một mô hình hay phương pháp luận được sửa đổi.

ĐỊNH DẠNG LẠI MÔ HÌNH Chúng ta đã xem trong Chương 9 và10, đặc biệt trong Phương trình (10.12), tương quan chuỗi là trường hợp đặc biệt của nhiều trường hợp động tổng quát hơn. Một cách dễ dàng để xử lý đó là bao gồm cả các số hạng biến phụ thuộc và độc lập trễ vào trong mô hình. Vì thế, ví dụ, chúng ta có thể bao gồm số hạng C_{t-1} và DY_{t-2} trong Phương trình (13.4) và các số hạng I_{t-1} và Y_{t-2} trong Phương trình (13.5). Sau đó mô hình sửa đổi sẽ được ước lượng bằng TSLS.

THỦ TỤC ƯỚC LƯỢNG SỬA ĐỔI Các phương pháp Hildreth-Lu và Cochrance-Orcutt có thể được sửa đổi để xử lý tương quan chuỗi. Phương pháp sửa đổi này được mô tả bằng mô hình hai phương trình sau, nhưng nguyên tắc thì giống với nguyên tắc mô hình nhiều phương trình:

$$Y_{t1} = {}_{12}Y_{t2} + {}_{11}X_{t1} + {}_{12}X_{t2} + u_t \qquad \textbf{(13.17)}$$

$$Y_{t2} = {}_{21}Y_{t1} + {}_{21}X_{t1} + {}_{23}X_{t3} + \nu_t \quad \textbf{(13.18)}$$

$$u_t = đ_1 u_{t-1} + {}_{t1} \quad \textbf{(13.19)}$$

$$\nu_t = đ_2\, \nu_{t-1} + {}_{t2} \quad \textbf{(13.20)}$$

trong đó Y_1 và Y_2 là những biến nội sinh và X_1, X_2 và X_3 là những biến được xác định trước. Các nhiễu cấu trúc được giả định tuân theo một quá trình AR (1) với các là nhiễu trắng. Phiên bản tương tự khác của Phương trình (13.17) được cho bởi:

$$Y_{t1} - \rho_1 Y_{t-1,1} = \alpha_{12}(Y_{t2} - \rho_1 Y_{t-1,2}) + \beta_{11}(X_{t1} - \rho_1 Y_{t-1,1}) + \beta_{12}(X_{t2} - \rho_1 Y_{t-1,2}) + \varepsilon_{t1} \quad \textbf{(13.21)}$$

Thủ tục tìm kiếm Hildreth-Lu và thủ tục tính lặp Cochrance-Orcutt có thể ứng dụng được ở đây, nhưng chú ý rằng bởi vì dạng rút gọn sửa đổi cho Y_{t2} sẽ chứa các biến trễ X_1, X_2, và X_3, giai đoạn đầu tiên phải bao gồm các yếu tố này như là những biến hồi quy. Vì thế, các bước cho việc ước lượng Phương trình (13.17) như sau:

Bước 1 Hồi qui Y_{t2} theo X_{t1}, X_{t2}, X_{t3}, $X_{t-1,1}$, $X_{t-1,2}$, và $X_{t-1,3}$ và lưu trữ các giá trị dự đoán $\hat{Y}_{t2}$

Bước 2 Lựa chọn một giá trị cho $đ_1$ và ước lượng Phương trình (13.21) bằng OLS sử dụng $\hat{Y}_{t2}$ như một công cụ đối với Y_{t2}.

Bước 3 Lập lại bước 2 cho các giá trị khác nhau của $đ_1$ trong khoảng –1 và +1 và chọn $đ_1$ sao cho tổng bình phương sai số của Phương trình (13.21) là cực tiểu. Đây là thủ tục tìm kiếm Hildreth-Lu sửa đổi. Kỹ thuật Cochrane-Orcutt cũng giống với kỹ thuật này ở Chương 9. Sự khác biệt duy nhất đó là $\hat{Y}_{t2}$ được sử dụng thay vì Y_{t2}.

Nếu mô hình có các biến phụ thuộc trễ giống như các biến được xác định trước, thì hồi qui giai đoạn đầu tiên cho Y_{t2} nên bao gồm $Y_{t-1,1}$ và $Y_{t-2,1}$ (cũng như, một cách có thể, $Y_{t-1,2}$ và $Y_{t-2,2}$) như các biến hồi qui. Để thấy được điều này, giả sử rằng X_{t1} thực sự là $Y_{t-1,1}$. Thì chúng ta thấy rằng Phương trình (13.23) sẽ có $Y_{t-1,1}$ và $Y_{t-2,1}$ bên vế phải, và do đó các thông số này phải được bao gồm như những biến hồi qui trong hồi qui giai đoạn đầu tiên. Fair (1970) đã chỉ ra rằng thủ tục này cho các ước lượng nhất quán của các phương trình cấu trúc.

13.5 Ví Dụ Thực Nghiệm: Qui Định trong Ngành Công Nghiệp Kính Sát Tròng

Trong một nghiên cứu, Haas-Wilson (1987) đã xem xét các tác động của các giới hạn tiểu bang cấm các chuyên viên quang học hoạt động độc lập điều chỉnh giá và chất lượng của kính sát tròng. Một mô hình hai phương trình được sử dụng để liên hệ giá và chất lượng của kính sát tròng, và các thông số được ước lượng bởi bình phương tối thiểu hai giai đoạn. Trước khi tập trung vào công thức thực nghiệm chúng ta hãy xem xét cơ sở nền tảng.

Việc mua kính sát tròng gồm 3 bước: (1) một buổi gặp bác sĩ khoa mắt hoặc chuyên viên đo thị lực để khám và kê toa, (2) một buổi khám để đo bán kính độ cong của giác mạc, và (3) mua và đánh giá kính. Ngành công nghiệp kính sát tròng có đặc điểm cạnh tranh nhóm, trong đó nhiều người bán nắm giữ mức độ sức mạnh thị

trường nào đó. Một số lượng các tiểu bang đã ban hành những yêu cầu (tức là, những yêu cầu khi mua bán một sản phẩm, chẳng hạn như kính sát tròng, phải được kèm theo việc mua một sản phẩm khác, chẳng hạn như những dịch vụ của một chuyên viên đo thị lực hoặc bác sĩ nhãn khoa) cấm hiệu chỉnh kính sát tròng bởi các chuyên viên quang học độc lập. Vấn đề đối với việc khám bệnh là liệu những yêu cầu ràng buộc có tạo ra kết quả làm tăng giá kính sát tròng hay không và, nếu đúng như vậy, gia tăng là bao nhiêu.

Haas-Wilson phát biểu một mô hình cạnh tranh nhóm trong đó những người bán tối đa hóa lợi nhuận dựa theo giá cả. Bỏ qua các bước trung gian cho mô hình kinh tế lượng (các chi tiết trong bài báo), chúng tôi đưa ra một cách đơn giản ở đây hai phương trình được định dạng (P và QUALW là các biến nội sinh và các biến khác là ngoại sinh):

$$P = f(\text{QUALW, SOFT, FITOPH, FITOPTOM, EXOPH, Y, INPUT, R-FIT, LIC, R-AD, REG})$$
$$\text{QUALW} = g(\text{P, FITOPH, FITOPTOM, SEX, AGE, FAIL, WEARTIME, HOURS, DIRT, DAMAGE, WARP, SOFT, R-FIT, R-AD, LIC, REG})$$

Trong đó

P	=	Giá kính sát tròng
QUALW	=	Chỉ số trọng số của sức khỏe mắt
SOFT	=	1 cho kính sát tròng mềm, 0 cho loại khác
FITOPH	=	1 nếu sự hiệu chỉnh được thực hiện bởi một bác sĩ nhãn khoa
FITOPTOM	=	1 nếu sự hiệu chỉnh được thực hiện bởi một chuyên viên đo thị lực
EXOPH	=	1 nếu được khám bởi một bác sĩ nhãn khoa
Y	=	Thu nhập
INPUT	=	Giá của các nhập lượng
R-FIT	=	1 nếu tiểu bang của người tiêu dùng có những giới hạn về hiệu chỉnh bởi các chuyên viên quang học
R-AD	=	1 nếu tiểu bang của người tiêu dùng giới hạn quảng cáo
LIC	=	1 nếu tiểu bang yêu cầu giấy phép đối với các chuyên viên quang học
REG	=	Chỉ số của các giới hạn thương mại khác
SEX	=	1 đối với nam
AGE	=	Tuổi của người tiêu dùng
FAIL	=	1 nếu người tiêu dùng không thành công trong việc đeo kính sát tròng trước đây
WEARTIME	=	Thời gian đeo kính trước khi buổi khám diễn ra
HOURS	=	Số giờ trung bình đeo kính trong một ngày
DIRT	=	1 nếu kính sát tròng bị bẩn
DAMAGE	=	1 nếu kính sát tròng bị hỏng
WARP	=	1 nếu kính sát tròng bị méo mó

Mô hình này được ước lượng với 354 quan sát được thu thập bởi Hiệp Hội Thương Mại Liên Bang trong suốt thời kỳ 1976-1979 từ những người tiêu dùng trong 18 khu vực đô thị. Các ước lượng bình phương tối thiểu hai giai đoạn của các thông số như sau (các sai số chuẩn nằm trong ngoặc đơn):

$$\hat{p} = \underset{(43,3)}{167,30} - \underset{(0,9)}{0,64}\,QUALW + \underset{(6,5)}{53,92}\,SOFT + \underset{(10,8)}{17,87}\,FITOPH + \underset{(13,9)}{2,72}\,FITOPTOM$$
$$+ \underset{(13,8)}{28,48}\,EXOPH - \underset{(0,0)}{0,01}\,Y - \underset{(39,0)}{18,52}\,INPUT + \underset{(7,9)}{17,29}\,R\text{-}FIT - \underset{(7,3)}{4,45}\,LIC$$
$$R^2 = 0.29 \qquad T = 354 \qquad F = 12.73$$

$$\widehat{QUALW} = \underset{(9,1)}{8,02} - \underset{(0,1)}{0,08}P + \underset{(2,7)}{3,39}FITOPH - \underset{(2,0)}{0,06}FITOPTOM - \underset{(1,6)}{3,61}SEX$$
$$- \underset{(0,1)}{0,07}AGE - \underset{(1,9)}{283}FAIL - \underset{(0,3)}{0,83}WEARTIME - \underset{(0,5)}{0,83}HOURS$$
$$- \underset{(1,0)}{1,65}DIRT + \underset{(0,9)}{1,03}DAMAGE + \underset{(1,1)}{0,07}WARP + \underset{(4,1)}{7,85}SOFT$$
$$- \underset{(1,5)}{0,10}R\text{-}FIT + \underset{(2,3)}{0,06}R\text{-}AD - \underset{(1,3)}{0,53}LIC + \underset{(0,7)}{0,53}REG$$
$$R^2 = 0.14 \qquad T = 354 \qquad F = 3.51$$

Giả thuyết không của vấn đề chính đang quan tâm là hệ số R-FIT bằng không trong phương trình giá. Giả thuyết này bị bác bỏ ở mức 5%, thể hiện rằng các yêu cầu hạn chế ảnh hưởng một cách có ý nghĩa lên giá kính sát tròng. Trong các tiểu bang giới hạn việc kê toa kính sát tròng bởi những chuyên viên quang học, giá được kỳ vọng sẽ cao hơn, so với trung bình, 17,29 đô la. Tác giả cũng sử dụng mô hình logarit kép đối với giá và ước lượng rằng giá kính sát tròng cao hơn 8% tại các bang với lệnh cấm. Cũng vậy, kết quả gợi ý rằng chất lượng, được đo như là sức khỏe cho mắt, không ảnh hưởng một cách có ý nghĩa lên giá. Những loại giới hạn khác, chẳng hạn như những giới hạn sử dụng tên thương mại và số lượng các văn phòng chi nhánh mà một người đo thị lực có thể điều hành, cũng được đi kèm với giá kính sát tròng cao hơn. Những ước lượng phương trình chất lượng gợi ý rằng những yêu cầu hạn chế không ảnh hưởng một cách có ý nghĩa lên chất lượng. Cuối cùng, chất lượng được cung cấp bởi những chuyên viên quan học không khác biệt một cách có ý nghĩa với chất lượng được cung cấp bởi các bác sĩ nhãn khoa và những chuyên viên đo thị lực. Quảng cáo và những giới hạn khác không thể hiện ảnh hưởng lên chất lượng một cách có ý nghĩa.

Xem Wunnava và Mehdi (1994) cho một ví dụ ứng dụng khác của thủ tục bình phương tối thiểu hai giai đoạn.

O 13.6 Ứng dụng: Một Mô Hình Keynes Đơn Giản

Chúng ta sử dụng một mô hình Keynes đơn giản để minh họa các nguyên lý đã được thảo luận trong chương này. Tuy nhiên, thảo luận ở đây chưa chấm dứt. Những mở rộng cho phân tích này được gợi ý trong các bài tập. Bạn được khuyến khích sử dụng dữ liệu đã cung cấp để định dạng các biến thiên khác nhau và ước lượng chúng. Các phương trình cấu trúc của mô hình như sau:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 C_{t-1} + \alpha_2 DY_t + \alpha_3 DY_{t-1} + u_{t1}$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 I_{t-1} + \beta_2 Y_t + \beta_3 Y_{t-1} + \beta_4 r_t + \beta_5 r_{t-1} + u_{t2}$$

$$r_t = \gamma_0 + \gamma_1 r_{t-1} + \gamma_2 Y_t + \gamma_3 Y_{t-1} + \gamma_4 M_t + \gamma_5 M_{t-1} + u_{t3}$$

$$T_t = t_0 + t_1 Y_t + u_{t4}$$

$$IMP_t = m_0 + m_1 Y_t + u_{t5}$$

$$DY_t = Y_t - T_t$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t - IMP_t$$

Trong đó *C* là chi tiêu tiêu dùng tổng cộng, *I* là đầu tư, *Y* là tổng sản phẩm nội địa gộp (GDP), *DY* là thu nhập ròng sau thuế, *G* là tổng chi tiêu chính phủ, *M* là cung tiền, *X* là xuất khẩu, *IMP* là nhập khẩu, *T* là tổng nguồn thu thuế (liên bang, tiểu bang, và địa phương), *r* là suất thu lợi, và *u* là các số hạng sai số ngẫu nhiên. Để hiệu chỉnh cho những ảnh hưởng của lạm phát và dân số, tất cả các biến tài chính được đo bằng giá thực theo đầu người. Để tính đến các loại thay đổi động được thảo luận trong phần 10.2 (xem Phương trình 10.12), chúng ta đã bao gồm các số hạng trễ trong các phương trình hành vi. Các biến nội sinh cùng được xác định là *C, I, r, DY, Y, T,* và *IMP*. Các biến được xác định trước là các số hạng hằng số, *G, X, M,* và các biến trễ.

Phương trình đầu tiên là hàm tiêu dùng, và phương trình thứ hai là hàm đầu tư. Phương trình thứ ba xác định suất thu lợi và được suy từ sự cân bằng trong thị trường tiền tệ. Để thấy điều này, cho hàm nhu cầu tiền (cũng được biết như là *hàm thị hiếu thanh khoản*) là $M_d = L(Y,r)$. Khi cân bằng, giá trị M_d này sẽ tương đương với cung tiền, *M*. Giải phương trình $M = L(L,r)$ đối với *r* theo *Y* và *M* và thêm các số hạng điều chỉnh động, chúng ta có phương trình thứ ba. Phương trình thứ tư và thứ năm định nghĩa các hàm thuế và nhập khẩu. Phương trình thứ sáu là một nhận dạng định nghĩa thu nhập khả dụng. Phương trình cuối cùng là điều kiện để cân bằng trong thị trường hàng hóa.

Lưu ý rằng mô hình là thuần Keynes bởi vì nó không có sự xác định giá cả. DATA13-1 có dữ liệu hàng năm cho Hoa Kỳ trong 35 năm 1959-1993. Định nghĩa của các biến được cho như sau:

GDP	=	Sản phẩm nội địa gộp tính bằng tỉ đô la 1987
CONS	=	Các chi tiêu tiêu dùng cá nhân tính bằng tỉ đô la 1987
INV	=	Đầu tư gộp nội địa khu vực tư nhân tính bằng tỉ đô la 1987
GOVEXP	=	Chính phủ mua bán hàng hóa và dịch vụ tính bằng tỉ đô la 1987
EXPORTS	=	Xuất khẩu hàng hóa và dịch vụ tính bằng tỉ đô la 1987
IMPORTS	=	Nhập khẩu hàng hóa và dịch vụ tính bằng tỉ đô la 1987
GOVREC	=	Các khoản thu của chính quyền liên bang, tiểu bang, và sở tại tính bằng tỉ đô la
MONYSUP	=	Số đo cung tiền M2; tiền tệ, tiền gửi cầu, tiền gửi tiết kiệm, đồng Euro, các hiệp định mua lại trong chốc lát, tính bằng tỉ đô la hiện hành
P_t	=	Các thiểu phát giá ẩn đối với sản phẩm nội địa gộp, năm gốc 1987
r_t	=	Trái khoán sinh lợi tính theo % của tập đoàn Aaa
POP	=	Dân số Hoa Kỳ tính theo triệu người

Bởi vì các biến của mô hình ở dạng thực tính trên đầu người, nên dữ liệu phải được chuyển đổi một cách thích hợp. Các mối liên hệ giữa các biến trong mô hình và các biến trong DATA 13-1 được cho như sau:

Y_t = GDP/POP
C_t = CONS/POP
I_t = INV/POP
G_t = GOVEXP/POP
X_t = EXPORTS/POP
IMP_t = IMPORTS/POP
TAX_t = 100 GOVREC/P_t
DY_t = (GDP - TAX_t)/POP
M_t = 100 MONYSUP/(P_t×POP)
T_t = TAX_t/POP

Các ước lượng bình phương tối thiểu hai giai đoạn của các thông số cấu trúc được trình bày tiếp theo đi kèm với các giá trị tuyệt đối của thống kê *t* nằm trong dấu ngoặc đơn (xem phần 13.1 Thực hành Máy tính để tạo lại những kết quả này). Sự phù hợp được đo lường như là bình phương của tương quan giữa biến phụ thuộc quan sát và biến phụ thuộc dự đoán và sau đó được điều chỉnh cho các bậc tự do.

$$\hat{C}_t = \underset{(1,35)}{-0,4045} + \underset{(9,81)}{0,8521}C_{t-1} + \underset{(7,59)}{0,7414}DY_t - \underset{(5,12)}{0,5621}DY_{t-1} \qquad \bar{R}^2 = 0,998$$

$$\hat{I}_t = \underset{(2,16)}{-0,2156} + \underset{(5,67)}{0,4861}I_{t-1} + \underset{(10,41)}{0,6353}Y_t - \underset{(8,78)}{0,5561}Y_{t-1}$$
$$+ \underset{(2,82)}{0,0698}r_t - \underset{(2,25)}{0,0532}r_{t-1} \qquad \bar{R}^2 = 0,970$$

$$\hat{r}_t = \underset{(3,74)}{3,4645} + \underset{(15,53)}{1,1159}r_{t-1} + \underset{(2,46)}{0,7935}Y_t - \underset{(5,1)}{2,5464}M_t + \underset{(4,67)}{3,421}M_{t-1} \qquad \bar{R}^2 = 0,933$$

$$\hat{T}_t = \underset{(9,24)}{-0,9653} + \underset{(54,78)}{0,3591}Y_t \qquad \bar{R}^2 = 0,989$$

$$\hat{IMP}_t = \underset{(13,61)}{-2,1553} + \underset{(22,32)}{0,2217}Y_t \qquad \bar{R}^2 = 0,938$$

Trong phương trình suất thu lợi, Y_{t-1} bị loại bỏ bởi vì nó không có ý nghĩa ngay cả ở mức 75%. Tất cả các hệ số hồi qui đều có ý nghĩa cao và các thang đo độ khớp thể hiện sự phù hợp tốt. Bởi vì tính chất đồng thời và bởi vì tất cả các biến đa cộng tuyến với nhau rất cao, nên các hệ số hồi qui không có ích để đo lường sự tác động của các biến ngoại sinh hoặc để tính toán các nhân tử ngắn hạn. Chẳng hạn, trong phương trình suất thu lợi, tác động của M_t không chỉ là –2,5464 bởi vì Y_t cũng phụ thuộc vào cung tiền thông qua điều kiện cân bằng. Hơn nữa, bởi vì M_t tương quan chặt với M_{t-1}, nên ảnh hưởng của riêng nó rất khó để đo lường. Để các ẩn ý có ý nghĩa, chúng ta cần có **các ước lượng dạng rút gọn ẩn**, nghĩa là, dạng rút gọn sau khi giải các biến nội sinh. Một cách cụ thể, các mối quan hệ dài hạn sẽ đáng quan tâm. Để có những điều này, đặt mỗi biến ở trạng thái không thay đổi được ký hiệu bởi dấu *. Đối với hàm tiêu dùng, chúng ta sẽ có

$$C^* = -0,4045 + 0,8521C^* + 0,1793(Y^* - T^*)$$

Có thể giải C^* như sau

$$C^* = -2{,}735 + 1{,}2123Y^* - 1{,}2123T^*$$

Tương tự, đối với các phương trình khác chúng ta có (kiểm tra lại nó)

$$r^* = -29{,}8921 + 6{,}8464Y^* - 7{,}5462M^*$$

$$I^* = -1{,}385 + 0{,}3753Y^* - 0{,}2438M^*$$

$$T^* = -0{,}9653 + 0{,}3591Y^*$$

$$IMP^* = -2{,}1553 + 0{,}2217Y^*$$

$$Y^* = C^* + I^* + G^* + X^* - M^*$$

Sau khi thay thế các số hạng riêng lẻ và giải Y^*, chúng ta chúng ta có mối quan hệ dài hạn cho GDP như sau

$$Y^* = -11{,}4317 - 3{,}5065M^* + 14{,}3885(G^* + X^*)$$

Chúng ta lưu ý rằng dấu âm đối với cung tiền đi ngược với trực quan bởi vì chúng ta hẳn đã kỳ vọng cung tiền sẽ giãn ra trong dài hạn và không co lại. Điều này gợi lên khả năng mất đặc trưng mô hình. Chẳng hạn, cung tiền có thể thực sự không phải là ngoại sinh như chúng ta đã giả định ở đây mà có thể thực sự được xác định bởi các giá trị GDP trong quá khứ gần, suất thu lợi, và v.v. Cũng vậy, có thể có tương quan chuỗi trong các số hạng sai số. Điều này có thể được xử lý bằng cách cộng thêm các biến trễ vào trong mô hình. Những đọc giả quan tâm được khuyến khích một cách mạnh mẽ sử dụng dữ liệu được cung cấp để ước lượng các mô hình sửa đổi và để xem kết quả khác biệt ra sao.

Tóm tắt

Chương này thảo luận các vấn đề đặc biệt nảy sinh khi một phương trình hồi qui về vấn đề quan tâm là một phần của một hệ thống hệ các phương trình. Một hệ thống hệ phương trình bao gồm một số lượng các *phương trình cấu trúc* liên quan đến một vài *biến nội sinh* mà giá trị của chúng được xác định trong phạm vi hệ thống cụ thể. Các giá trị của chúng cũng phụ thuộc vào một số *biến ngoại sinh* mà giá trị của chúng được xác định bên ngoài hệ thống và cũng phụ thuộc vào các giá trị trễ của các biến, được biết như là các biến *được xác định trước*. Để tránh nhầm lẫn, các biến ngoại sinh cũng được xem là các biến được xác định trước. Các phương trình cấu trúc có thể là hành vi, kỹ thuật, nhận dạng hoặc những điều kiện cân bằng. Nếu mỗi trong số các biến nội sinh được giải quyết thông qua các biến ngoại sinh hoặc được xác định trước, thì chúng ta thu được một hệ các *phương trình dạng rút gọn*. Các phương trình này sẽ không chứa bất kỳ biến nội sinh nào, nhưng sẽ phụ thuộc vào các số hạng ngẫu nhiên của tất cả các phương trình.

Nếu bỏ qua tính chất đồng thời và bình phương tối thiểu thông thường được áp dụng, thì các ước lượng sẽ bị thiên lệch và không nhất quán. Hậu quả là các dự báo sẽ bị thiên lệch và không nhất quán. Thêm nữa, các kiểm định giả thuyết sẽ không còn giá trị nữa.

Bởi vì các biến ngoại sinh và được xác định trước độc lập với tất cả các số hạng sai số, nên OLS có thể được áp dụng cho dạng rút gọn để có được các ước lượng BLUE và nhất quán. Câu hỏi tự nhiên nảy sinh ở điểm này là "Tại sao không áp dụng OLS cho dạng rút gọn và sau đó giải quyết ngược lại cho các hệ số cấu trúc?". Một cách đáng tiếc, điều này thường không thể. Đây là *vấn đề nhận dạng*. Nếu không thể giải quyết cho các hệ số của một phương trình cấu trúc từ những ước lượng của các hệ số của phương trình dạng rút gọn, thì chúng ta có một mô hình *không nhận dạng được* hoặc là *được nhận dạng dưới mức*. Nếu một tập hợp duy nhất của các ước lượng cấu trúc có thể được ước lượng, thì chúng ta có một phương trình *được nhận dạng chính xác*. Nếu nhiều hơn một ước lượng cấu trúc có thể có, thì chúng ta có một mô hình *được nhận dạng quá mức*.

Nếu một phương trình được nhận dạng chính xác, thì chúng ta có thể áp dụng *bình phương tối thiểu gián tiếp* bằng cách trước tiên ước lượng dạng rút gọn và giải quyết ngược lại cho các hệ số cấu trúc. Tuy nhiên, thủ tục này rất rườm rà, một cách đặc biệt nếu tồn tại một vài phương trình. Một phương pháp tốt hơn cho các ước lượng nhất quán đó là *kỹ thuật biến công cụ*, trong đó người ta tìm một biến thay thế (giả dụ Z) cho một biến nội sinh với các đặc tính sau: (1) Z không tương quan với số hạng sai số, và (2) Z tương quan chặt với biến nội sinh. Biến Z (được biết như một *biến công cụ*) được sử dụng trong việc thay thế biến nội sinh , và phương trình cấu trúc được ước lượng. Một kỹ thuật biến công cụ thường được sử dụng là *thủ tục bình phương tối thiểu hai giai đoạn*, đặc biệt thích hợp khi một phương trình được nhận dạng quá mức. Trong giai đoạn đầu, mỗi phương trình dạng rút gọn được ước lượng và các giá trị dự đoán của các giá trị nội sinh được lưu trữ. Những giá trị này sau đó sẽ được thay thế các biến nội sinh, và phương trình cấu trúc được ước lượng. Tuy nhiên, trong việc tính toán các phần dư và các sai số chuẩn, các giá trị nội sinh thực được sử dụng thay vì các giá trị dự đoán.

Một khi các ước lượng cấu trúc đã thu được, chúng ta có thể sử dụng chúng để có được *các ước lượng dạng rút gọn ẩn* bằng cách giải quyết từng biến nội sinh thông qua các biến ngoại sinh và được xác định trước. Bởi vì các ước lượng TSLS xem xét đến các giới hạn nhận dạng quá mức, nên những ước lượng dạng rút gọn ẩn thu được từ chúng hiệu quả nhiều hơn là các ước lượng dạng rút gọn trực tiếp.

Từ những ước lượng dạng rút gọn ẩn (trực tiếp) chúng ta có thể có các nhân tử của các biến nội sinh tương ứng theo các biến ngoại sinh, nhiều trong số đó sẽ là các biến chính sách.

Thuật Ngữ

Behavioral equations	Các phương trình hành vi
Endogenous variable	Biến nội sinh
Exact identification	Nhận dạng chính xác
Exogenous variable	Biến ngoại sinh
Feedback	Phản hồi
Identification problem	Vấn đề nhận dạng
Implied reduced form estimates	Các ước lượng dạng rút gọn ẩn
Indirect least squares (ISL) procedure	Thủ tục bình phương tối thiểu gián tiếp
Instrumental variable	Biến công cụ
Instrumental variable technique	Kỹ thuật biến công cụ

Least squares bias	Thiên lệch bình phương tối thiểu
Overidentiffication	Nhận dạng quá mức
Overidentifying restrictions	Các giới hạn nhận dạng quá mức
Predetermined variables	Các biến được xác định trước
Reduced form equation	Phương trình dạng rút gọn
Reduced form parameter	Thông số dạng rút gọn
Simultaneous equation bias	Thiên lệch hệ phương trình xảy ra đồng thời
Structural equations	Các phương trình cấu trúc
Technical equation	Phương trình kỹ thuật
Three-stage least squares (TSLS) procedure	Thủ tục bình phương tối thiểu ba giai đoạn
Underidentification	Nhận dạng dưới mức
Unidentified equation	Phương trình không nhận dạng được

13 A PHỤ LỤC

Tính các Giới Hạn đối với các Ước Lượng OLS

Trong phần phụ lục này, chúng ta tính giới hạn của ước lượng OLS của ($\hat{\beta}$) cho Phương trình (13.11) và cho thấy rằng nó không bằng với giá trị thực, vì vậy chứng minh rằng ước lượng không nhất quán. Ứng dụng thủ tục OLS vào Phương trình (13.11), chúng ta thu được biểu thức sau cho $\hat{\beta}$ (xem Phương trình 3.12):

$$\hat{\beta} = \frac{S_{CY}}{S_{YY}} \tag{13.A.1}$$

trong đó

$$S_{CY} = \sum (C_t - \overline{C})(Y_t - \overline{Y}) \tag{13.A.2}$$

$$\mathrm{S_{YY}} = \sum (\mathrm{Y_t} - \overline{\mathrm{Y}})^2 \tag{13.A.3}$$

Từ các dạng rút gọn của mô hình (Phương trình 13.13 và 13.14), chúng ta có

$$C_t - \overline{C} = \frac{\beta}{1-\beta}(I_t - \overline{I}) + \frac{u_t - \overline{u}}{1-\beta} \tag{13.A.4}$$

$$Y_t - \overline{Y} = \frac{I_t - \overline{I}}{1-\beta} + \frac{u_t - \overline{u}}{1-\beta} \tag{13.A.5}$$

trong đó thanh ngang trên một biến thể hiện trung bình mẫu. Nhân các về trái của các Phương trình (13.A.4) và (13.A.5) và cộng lại, chúng ta có

$$S_{CY} = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} S_u + \frac{1}{(1-\beta)^2} S_{uu} + \frac{1+\beta}{(1-\beta)^2} S_{tu}$$

trong đó S_{II}, S_{uu}, và S_{Iu} được định nghĩa một cách tương tự với S_{CY} và S_{YY}. Khi n → ∝, S_{uu}/n hội tụ về phương sai σ_u^2 (bởi luật số lớn), S_{Iu}/n hội tụ về 0 bởi vì I_t và u_t không tương quan, và S_{II}/n hội tụ về phương sai σ_I^2. Do đó, S_{CY}/n hội tụ về $(\beta\sigma_I^2 + \sigma_u^2)/(1-\beta)^2$. Một cách tương tự,

$$S_{YY} = \frac{S_{II}}{(1-\beta)^2} + \frac{S_{uu}}{(1-\beta)^2} + \frac{2S_{Iu}}{(1-\beta)^2}$$

và vì vậy S_{YY}/n hội tụ về $(\sigma_I^2 + \sigma_u^2)/(1-\beta)^2$. Do vậy, giới hạn tiệm cận của $\hat{\beta}$ như sau

$$\lim_{n\to\infty} \hat{\beta} = \frac{\beta\sigma_I^2 + \sigma_u^2}{\sigma_I^2 + \sigma_u^2} = \beta + \frac{(1-\beta)\sigma_u^2}{\sigma_I^2 + \sigma_u^2}$$

Điều này tạo nên Phương trình (13.15).