

Chương Trình Giảng Dạy Kinh tế Fulbright

Học kỳ Thu năm 2013

Các Phương Pháp Phân Tích Định Lượng

GỢI Ý GIẢI BÀI TẬP 2

XÁC SUẤT

Ngày Phát: Thứ Ba 8/10/2013

Ngày Nộp: Thứ Ba 15/10/2013

Bài 1: (15 điểm)

Tổng cục Thuế chuẩn bị đưa ra một dự thảo về sắc thuế mới. Để thăm dò ý kiến của các doanh nghiệp, bộ phận nghiệp vụ đã chọn ngẫu nhiên 30 doanh nghiệp quốc doanh và 30 doanh nghiệp tư nhân để khảo sát sơ bộ. Thang đo thể hiện cường độ sở thích của các doanh nghiệp đối với sắc thuế mới như sau:

- Cường độ mạnh: thái độ *Ủng hộ mạnh mẽ* hoặc *Cực lực phản đối*.
- Cường độ trung bình: thái độ *Ủng hộ* hoặc *Phản đối*.
- Cường độ yếu: thái độ *Trung lập* (không phản đối cũng không ủng hộ)

Kết quả thăm dò được thể hiện ở bảng dưới đây:

Sở thích	Doanh nghiệp Tư nhân	Doanh nghiệp Quốc doanh
<i>Ủng hộ mạnh mẽ</i>	16	3
<i>Ủng hộ</i>	10	5
<i>Trung lập</i>	2	3
<i>Phản đối</i>	1	10
<i>Cực lực phản đối</i>	1	9
Tổng số	30	30

Tìm xác suất để :

- Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên là doanh nghiệp quốc doanh.
- Một doanh nghiệp quốc doanh được chọn ngẫu nhiên có thái độ phản đối.
- Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên ủng hộ hoặc ủng hộ mạnh mẽ.
- Một doanh nghiệp tư nhân được chọn ngẫu nhiên có thái độ trung lập.
- Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên là doanh nghiệp tư nhân và sở thích cường độ mạnh

Đáp án Bài 1:

Biến đổi Bảng số liệu ta được:

Sở thích	Doanh nghiệp Tư nhân (DNTN)	Doanh nghiệp Quốc doanh (DNQD)	Tổng số
Ứng hộ mạnh mẽ (UHMM)	16	3	19
Ứng hộ (UH)	10	5	15
Trung lập (TL)	2	3	5
Phản đối (PD)	1	10	11
Cực lực phản đối (CLPD)	1	9	10
Tổng số	30	30	60

Từ bảng số liệu trên, ta có bảng chuyển đổi xác suất như sau:

Sở thích	Doanh nghiệp Tư nhân (DNTN)	Doanh nghiệp Quốc doanh (DNQD)	Tổng số
Ứng hộ mạnh mẽ (UHMM)	26,67%	5,00%	31,67%
Ứng hộ (UH)	16,67%	8,33%	25,00%
Trung lập (TL)	3,33%	5,00%	8,33%
Phản đối (PD)	1,67%	16,67%	18,33%
Cực lực phản đối (CLPD)	1,67%	15,00%	16,67%
Tổng số	50%	50%	100%

Tìm xác suất để:

a. Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên là doanh nghiệp quốc doanh.

$$P(DNQD) = \frac{50\%}{100\%} = 0,5 = 50\%$$

b. Một doanh nghiệp quốc doanh được chọn ngẫu nhiên có thái độ phản đối.

$$P(PD \setminus DNQD) = \frac{P(PD \cap DNQD)}{P(DNQD)} = 16,67\% / 50\% = 0,333 \approx 33,33\%$$

c. Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên ứng hộ hoặc ứng hộ mạnh mẽ.

$$P(UH) + P(UHMM) = (25\% + 31,67\%) / 100\% = 0,5667 \approx 56,67\%$$

d. Một doanh nghiệp tư nhân được chọn ngẫu nhiên có thái độ trung lập.

$$P(TL \setminus DNTN) = \frac{P(TL \cap DNTN)}{P(DNTN)} = 3,33\% / 50\% = 0,06667 \approx 6,667\%$$

e. Một doanh nghiệp được chọn ngẫu nhiên là doanh nghiệp tư nhân và sở thích cường độ mạnh
 $= P(UHMM \cap DNTN) + P(CLPD \cap DNTN) = 26,67\% + 1,67\% \approx 28,33\%$

Bài 2: (20 điểm)

Trong một cuộc điều tra dân số, tại một địa phương, tỷ lệ gia đình phân loại theo số con trong hộ được thể hiện ở bảng sau:

Số con	0	1	2	3	4	5	Từ 6 trở lên
Tỷ lệ	5%	10%	30%	25%	15%	10%	5%

Gọi A là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra - có từ 5 con trở lên” và B là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – dưới 3 con”.

- Tìm xác suất để biến cố A xảy ra
- Tìm xác suất để biến cố B xảy ra
- Mô tả biến cố phụ của biến cố A
- Tìm xác suất để biến cố phụ của biến cố A xảy ra
- Mô tả biến cố giao của biến cố A và B
- Tìm xác suất để biến cố giao xảy ra
- Mô tả biến cố hợp của biến cố A và B
- Tìm xác suất để biến cố hợp xảy ra
- A và B có là các biến cố xung khắc không?
- A và B có là các biến cố đầy đủ không?

Đáp án Bài tập 2:

Số con	0	1	2	3	4	5	Từ 6 trở lên
Tỷ lệ	5%	10%	30%	25%	15%	10%	5%
Biến cố	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6

Gọi X_0 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 0” $\Rightarrow P(X_0) = 5\%$

Gọi X_1 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 1” $\Rightarrow P(X_1) = 10\%$

Gọi X_2 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 2” $\Rightarrow P(X_2) = 30\%$

Gọi X_3 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 3” $\Rightarrow P(X_3) = 25\%$

Gọi X_4 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 4” $\Rightarrow P(X_4) = 15\%$

Gọi X_5 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con là 5” $\Rightarrow P(X_5) = 10\%$

Gọi X_6 là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra – có số con từ 6 trở lên” $\Rightarrow P(X_6) = 5\%$

$\{X_0; X_1 \dots X_6\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.

a. *Tìm xác suất để biến cố A xảy ra*

$$P(A) = P(X_5) + P(X_6) = 10\% + 5\% = 15\%$$

b. *Tìm xác suất để biến cố B xảy ra*

$$P(B) = P(X_0) + P(X_1) + P(X_2) = 5\% + 10\% + 30\% = 45\%$$

c. *Mô tả biến cố phụ của biến cố A*

Gọi A^c là biến cố phụ của biến cố A.

A^c là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra - có dưới 5 con”

$$A^c = X_0 \cup X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4$$

d. *Tìm xác suất để biến cố phụ của biến cố A xảy ra*

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 15\% = 85\%$$

e. *Mô tả biến cố giao của biến cố A và B*

Biến cố giao của biến cố A và B là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra - có từ 5 con trở lên và có dưới 3 con”. Không có một gia đình nào thỏa mãn điều kiện trên nên $A \cap B = \Phi$ (rỗng)

f. *Tìm xác suất để biến cố giao xảy ra*

$$\text{Vì } A \cap B = \Phi \text{ nên } P(A \cap B) = 0\%$$

g. *Mô tả biến cố hợp của biến cố A và B*

Biến cố hợp của biến cố A và B là biến cố “một gia đình - trong diện điều tra - có từ 5 con trở lên hoặc có dưới 3 con”

$$A \cup B = X_0 \cup X_1 \cup X_2 \cup X_5 \cup X_6$$

h. *Tìm xác suất để biến cố hợp xảy ra*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 15\% + 45\% - 0\% = 60\%$$

i. *A và B có là các biến cố xung khắc không?*

A và B là các biến cố xung khắc vì $P(A \cap B) = 0$

j. *A và B có là các biến cố đầy đủ không?*

A và B không là các biến cố đầy đủ vì $P(A \cup B) = 60\% \neq 1$

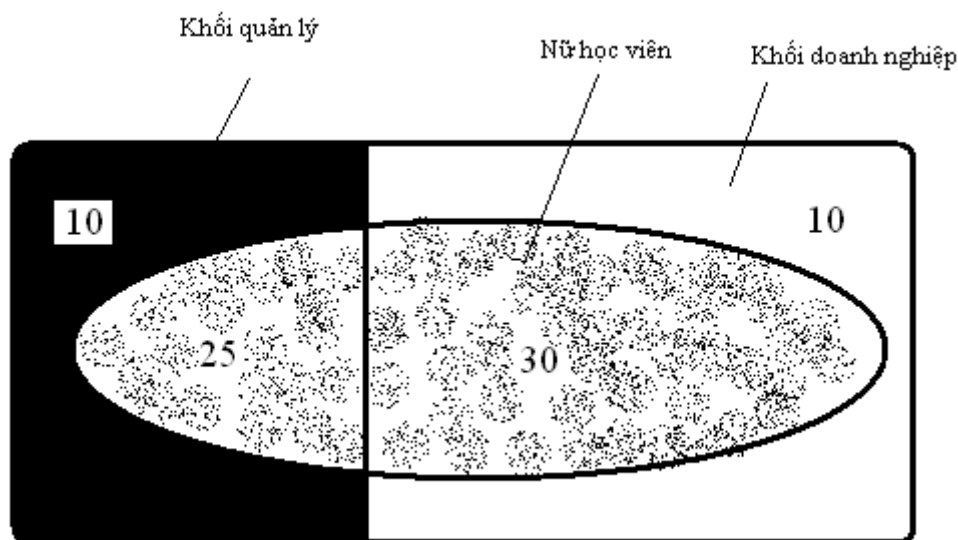
Bài 3: (20 điểm)

Một khóa học của chương trình giảng dạy kinh tế Fulbright có 75 học viên, trong đó có: 35 người đến từ khối **Quản lý** trong đó có 25 học viên là nữ giới. Số còn lại đến khối **Doanh nghiệp** và trong số này có 30 nữ học viên. Chọn ngẫu nhiên một học viên từ danh sách lớp nói trên. Tính xác suất:

- Học viên này đến từ khối **Quản lý**.
- Học viên này là nữ giới.
- Học viên này là nam giới đến từ khối **Doanh nghiệp**.
- Học viên này là nữ giới đến từ khối **Quản lý**.

Đáp án bài 3:

Ta có hình vẽ mô tả như sau:



- a. Học viên này đến từ khối **Quản lý**.

$$P(\text{Học viên này đến từ khối Quản lý}) = \frac{35}{75} = 0,46666 = 46,67\%$$

- b. Học viên này là nữ giới.

$$P(\text{Học viên này là nữ giới}) = \frac{25+30}{75} = 0,73333 = 73,33\%$$

- c. Học viên này là nam giới đến từ khối **Doanh nghiệp**.

$$P(\text{Học viên này là nam giới đến từ khối Doanh nghiệp}) = \frac{10}{75} = 0,13333 = 13,33\%$$

- d. Học viên này là nữ giới đến từ khối **Quản lý**.

$$P(\text{Học viên này là nữ giới đến từ khối Quản lý}) = \frac{25}{75} = 0,333 = 33,33\%$$

Bài 4: (25 điểm)

Dưới đây là bảng dữ liệu về số lượng các nhà đầu tư được phân loại theo tỷ lệ lợi nhuận hàng năm và mức độ rủi ro chấp nhận được:

		Tỉ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm			<i>Tổng</i>
		<i>Dưới 10%</i>	<i>10% - 15%</i>	<i>Trên 15%</i>	
Mức độ rủi ro chấp nhận được	<i>Cao</i>	34	19	21	74
	<i>Trung bình</i>	276	141	102	519
	<i>Thấp</i>	230	92	46	368
	<i>Không chấp nhận</i>	290	6	4	300
<i>Tổng</i>		830	258	173	<u>1261</u>

- Lập bảng xác suất liên kết.
- Lập bảng cho xác suất có điều kiện:
 - $P(\text{Mức độ rủi ro chấp nhận được} \mid \text{Tỉ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm})$
 - $P(\text{Tỉ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm} \mid \text{Mức độ rủi ro chấp nhận được})$
- Tìm xác suất để một nhà đầu tư đã chấp nhận mức độ rủi ro cao sẽ kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm cao hơn 15%?
- Tìm xác suất để một nhà đầu tư mà đã chấp nhận mức rủi ro ít nhất là trung bình sẽ kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm ít nhất là 10%?

Đáp án Bài 4:

- Lập bảng xác suất liên kết

		Tỉ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm			<i>Tổng</i>
		<i>Dưới 10%</i>	<i>10% - 15%</i>	<i>Trên 15%</i>	
Mức độ rủi ro chấp nhận được	<i>Cao</i>	2,70%	1,51%	1,67%	5,87%
	<i>Trung bình</i>	21,89%	11,18%	8,09%	41,16%
	<i>Thấp</i>	18,24%	7,30%	3,65%	29,18%
	<i>Không chấp nhận</i>	23,00%	0,48%	0,32%	23,79%
<i>Tổng</i>		65,82%	20,46%	13,72%	100,00%

b. Lập bảng cho xác suất có điều kiện:

- Từ bảng Bảng xác suất liên kết/chuyển đổi ta tính được Bảng xác suất có điều kiện cho **P**(Mức độ rủi ro chấp nhận được | Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm) như sau:

		P(Mức độ rủi ro chấp nhận được/Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm)				Tổng
		Cao	Trung bình	Thấp	Không chấp nhận	
Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm	Dưới 10%	2,70/65,82	21,89/65,82	18,24/65,82	23,00/65,82	65,82/65,82
	10% - 15%	1,51/20,46	11,18/20,46	7,30/20,46	0,48/20,46	20,46/20,46
	Trên 15%	1,67/13,72	8,09/13,72	3,65/13,72	0,32/13,72	13,72/13,72

Hay:

		P(Mức độ rủi ro chấp nhận được/Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm)				Tổng
		Cao	Trung bình	Thấp	Không chấp nhận	
Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm	Dưới 10%	4,10%	33,25%	27,71%	34,94%	100%
	10% - 15%	7,36%	54,65%	35,66%	2,33%	100%
	Trên 15%	12,14%	58,96%	26,59%	2,31%	100%

- Từ bảng Bảng xác suất liên kết/chuyển đổi ta tính được Bảng xác suất có điều kiện cho **P**(Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm | Mức độ rủi ro chấp nhận được) như sau:

		P(Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm/Mức độ rủi ro chấp nhận được)			Tổng
		Dưới 10%	10% - 15%	Trên 15%	
Mức độ rủi ro chấp nhận được	Cao	2,70/5,87	1,51/5,87	1,67/5,87	5,87/5,87
	Trung bình	21,89/41,16	11,18/41,16	8,09/41,16	41,16/41,16
	Thấp	18,24/29,18	7,30/29,18	3,65/29,18	29,18/29,18
	Không chấp nhận	23,00/23,79	0,48/23,79	0,32/23,79	23,79/23,79

Hay:

		P(Tỷ lệ lợi nhuận kỳ vọng hàng năm/Mức độ rủi ro chấp nhận được)			Tổng
		Dưới 10%	10% - 15%	Trên 15%	
Mức độ rủi ro chấp nhận được	Cao	45,95%	25,68%	28,38%	100,00%
	Trung bình	53,18%	27,17%	19,65%	100,00%
	Thấp	62,50%	25,00%	12,50%	100,00%
	Không chấp nhận	96,67%	2,00%	1,33%	100,00%

c. *Tìm xác suất để một nhà đầu tư đã chấp nhận mức độ rủi ro cao sẽ kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm cao hơn 15%?*

$$P(\text{Kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm cao hơn 15\%} / \text{Chấp nhận mức độ rủi ro cao}) = 1,67/5,87 = 28,38\%$$

d. *Tìm xác suất để một nhà đầu tư mà đã chấp nhận mức rủi ro ít nhất là trung bình sẽ kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm ít nhất là 10%?*

Một nhà đầu tư đã chấp nhận mức rủi ro ít nhất là trung bình thì sẽ chấp nhận cả mức rủi ro thấp hơn trung bình, tức chấp nhận cả mức độ rủi ro “thấp” và “không chấp nhận”.

Một nhà đầu tư đã kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm ít nhất là 10% thì đương nhiên cũng sẽ chấp nhận mức kỳ vọng lợi nhuận hàng năm từ 10% trở lên.

Vậy:

$$P(\text{kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm ít nhất là 10\%} / \text{Chấp nhận mức độ rủi ro ít nhất là trung bình}) =$$

$$\frac{P(\text{kỳ vọng tỉ lệ lợi nhuận hàng năm ít nhất là 10\%} \cap \text{Chấp nhận mức độ rủi ro ít nhất là trung bình})}{P(\text{Chấp nhận mức độ rủi ro ít nhất là trung bình})}$$

$$(11,18\% + 8,09\% + 7,3\% + 3,65\% + 0,48\% + 0,32\%) / (41,16\% + 29,18\% + 23,79\%)$$

$$= 31,02\% / 94,13\%$$

$$= 32,94\%$$

Bài 5: (20 điểm)

Công ty cấp nước thành phố thu tiền các biên lai không trả đúng kỳ hạn bằng 3 cách: 70% số hóa được đòi tiền bởi nhân viên đến tận nhà, 20% qua điện thoại và 10% qua gửi thư nhắc nhở. Xác suất để đòi được tiền một biên lai theo 3 cách trên lần lượt như sau: 0,75; 0,60 và 0,65. Sáng nay phòng tài vụ mới nhận được tiền thanh toán cho một biên lai thanh toán không đúng hạn. Tìm xác suất để để biên lai ấy:

- Được thu tiền tại nhà bởi các nhân viên.
- Được thu tiền do nhắc nhở qua điện thoại.
- Được thu tiền do nhắc nhở qua việc gửi thư.

Đáp án Bài 5:

Gọi lần lượt 3 cách thu tiền là Đến nhà; Điện thoại và Gửi thư.

$$\text{Vậy } P(\text{Đến nhà}) = 0,7$$

$$P(\text{Điện thoại}) = 0,2$$

$$P(\text{Gửi thư}) = 0,1$$

Gọi X là biến cố đòi được tiền.

$$P(X/\text{Đến nhà}) = 0,75$$

$$P(X/\text{Điện thoại}) = 0,60$$

$$P(X/\text{Gửi thư}) = 0,65$$

Tìm xác suất để biên lai ấy:

Cách 1: Dùng công thức Bayes

- Được thu tiền tại nhà bởi các nhân viên

$$P(\text{Đến nhà}/X) = \frac{P(\text{Đến nhà} \cap X)}{P(X)} = \frac{P(X/\text{Đến nhà}).P(\text{Đến nhà})}{P(X/\text{Đến nhà}).P(\text{Đến nhà}) + P(X/\text{Điện thoại}).P(\text{Điện thoại}) + P(X/\text{Gửi thư}).P(\text{Gửi thư})}$$

$$= (0,75 \times 0,70) / (0,75 \times 0,7 + 0,6 \times 0,2 + 0,65 \times 0,1) = 0,525 / 0,71 = 0,7394 = 73,94\%$$

- Được thu tiền do nhắc nhở qua điện thoại.

Hoàn toàn tương tự, ta có:

$$P(\text{Điện thoại}/X) = (0,6 \times 0,2) / (0,75 \times 0,7 + 0,6 \times 0,2 + 0,65 \times 0,1)$$

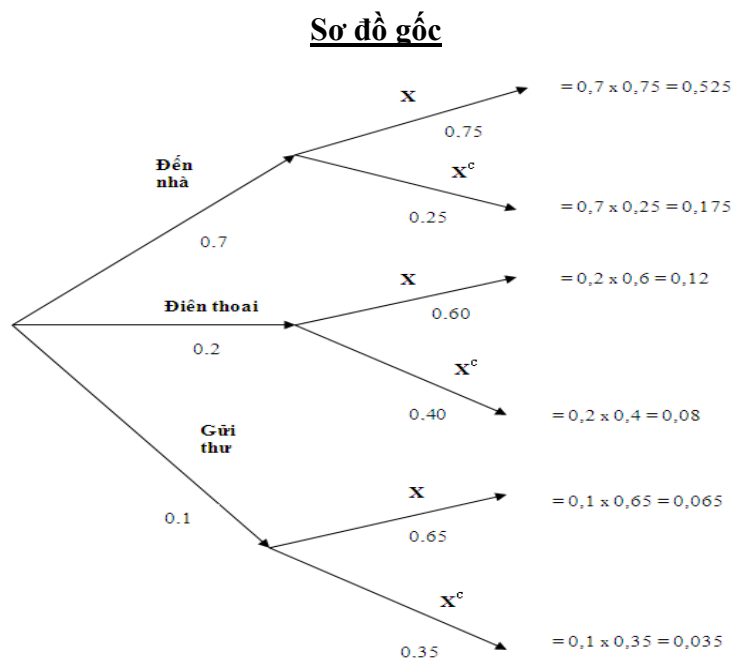
$$= 0,12 / 0,71 = 0,169 = 16,9\%$$

- Được thu tiền do nhắc nhở qua việc gửi thư.

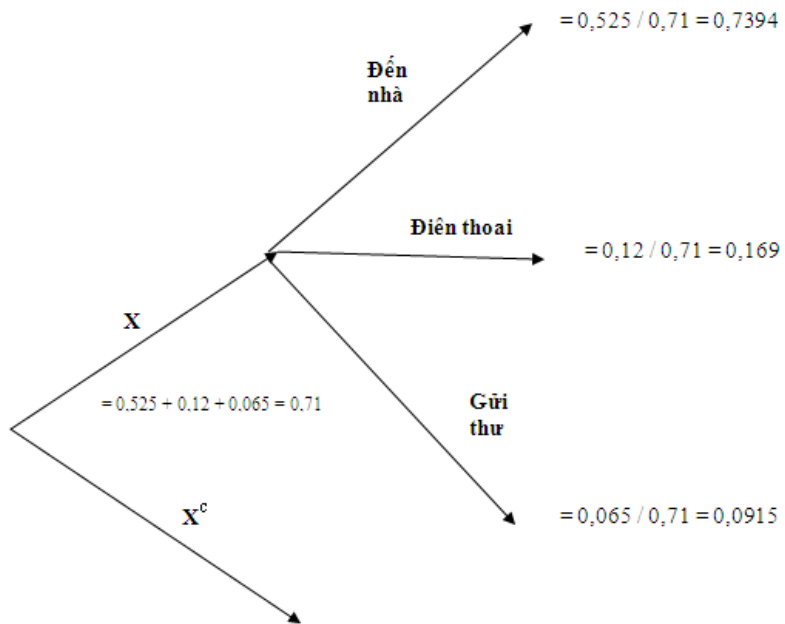
$$P(\text{Gửi thư}/X) = (0,65 \times 0,1) / (0,75 \times 0,7 + 0,6 \times 0,2 + 0,65 \times 0,1) = 0,065 / 0,71 = 0,0915 = 9,15\%$$

Cách 2: Dùng sơ đồ hình cây

Có thể lập mô hình hình cây như sau để tính ra các kết quả tương tự:



Sơ đồ chuyển đổi



*