

Chương Trình Giảng Dạy Kinh tế Fulbright

Học kỳ Thu năm 2011

Các Phương Pháp Phân Tích Định Lượng

Gợi ý lời giải Bài tập 2

XÁC SUẤT

Ngày Phát: Thứ Hai, 10/10/2011

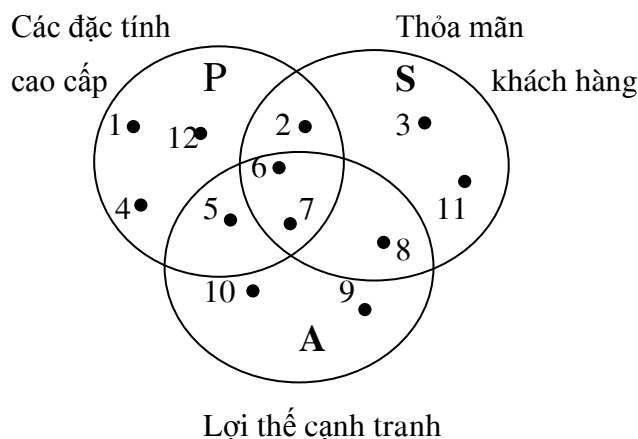
Ngày Nộp: 8:20 sáng, Thứ Hai, 17/10/2011

Bản in nộp tại Phòng Lab (hộp nộp bài tập)

Bản điện tử gửi đến cô Nguyễn Thị Phương Thảo, và thầy Nguyễn Khánh Duy qua địa chỉ: m3.ThaoNTP@fetc.vnn.vn ; duyknk@fetc.vnn.vn

Bài 1: (20 điểm)

Việc có được thành công dài hạn trong kinh doanh phụ thuộc vào khả năng mà một công ty có thể đưa ra các sản phẩm có các đặc tính thỏa mãn người tiêu dùng ở mức tốt nhất, từ đó giành được lợi thế so với đối thủ cạnh tranh. Một công ty thực phẩm đưa ra 12 sản phẩm mới, việc điều tra thị trường cho thấy 12 sản phẩm này có các đặc tính như sau:



- a. Mô tả biến cố một sản phẩm thỏa mãn tất cả các đặc điểm trên. Trong trường hợp này, có bao nhiêu sản phẩm thuộc biến cố đó.

Gọi biến cố cần xác định là $X = (P \cap S \cap A)$. Có 2 sản phẩm thuộc biến cố này (sản phẩm 6 và 7).

- b. Nếu chọn một sản phẩm bất kỳ trong 12 sản phẩm trên, hãy tính xác suất để sản phẩm đó thỏa mãn cả 3 đặc điểm trên.

$$P(X) = 2/12 \approx 0,17$$

- c. Mô tả một biến cố chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong 12 sản phẩm trên sẽ cho công ty lợi thế cạnh tranh hoặc sẽ thỏa mãn khách hàng. Tìm xác suất để xảy ra biến cố này.

Gọi biến cố cần xác định là Y

$Y = (S \cup A)$ có 9 phần tử

$S \cap A$ có 3 phần tử $\rightarrow P(S \cap A) = 3/12$.

$\Rightarrow P(Y) = 9/12 = 0,75$ Hay $P(Y) = P(S) + P(A) - P(S \cap A) = 6/12 + 6/12 - 3/12 = 0,75$

d. Mô tả một biến cố chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong 12 sản phẩm trên sẽ có các đặc tính cao cấp và thỏa mãn khách hàng. Tìm xác suất để xảy ra biến cố này.

Gọi biến cố cần xác định là Z

$Z = (P \cap S)$ có 3 phần tử

$\Rightarrow P(Z) = 3/12 = 0,25$

Bài 2: (20 điểm)

Một nhà quản lý vốn đang cân nhắc việc đầu tư vào cổ phiếu của một Công ty xuất nhập khẩu. Nhà quản lý ước tính xác suất xảy ra của các suất sinh lợi r của cổ phiếu này vào năm tới như trong bảng dưới đây:

Lãi suất	< -15%	-15% đến 0%	0% đến 15%	15% đến 30%	> 30%
Xác suất	3%	15%	28%	34%	20%

Gọi A là biến cố “suất sinh lợi có giá trị lớn hơn 15%” và B là biến cố “suất sinh lợi có giá trị âm”.

Các biến cố lãi suất cho trong bảng là các biến cố xung khắc từng đôi.

- $P(A) = P(r \geq 15\%) = P(15\% \leq r \leq 30\%) + P(r \geq 30\%) = 0.34 + 0.20 = 0.54$
- $P(B) = P(r \leq 0\%) = P(r \leq -15\%) + P(-15\% \leq r \leq 0\%) = 0.03 + 0.15 = 0.18$
- Biến cố phụ của biến cố A là “suất sinh lợi sẽ nhỏ hơn 15%”
- $P(\text{phụ của } A) = P(r \leq 10\%) = 1 - P(A) = 1 - 0.54 = 0.46$
- $A \cap B$ = biến cố giao của hai biến cố A và B là “suất sinh lợi sẽ lớn hơn 15% và sẽ âm”
- $P(A \cap B) = 0$
- $A \cup B$ = biến cố hợp của A và B là “suất sinh lợi hoặc sẽ lớn hơn 15% hoặc sẽ âm”
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.54 + 0.18 - 0 = 0.72$
- Có vì $P(A \cap B) = 0$
- Không vì $P(A \cup B)$ khác 1.

Bài 3: (20 điểm)

Dưới đây là bảng dữ liệu về chất lượng bữa ăn và giá bữa ăn tại 300 nhà hàng.

		Giá bữa ăn			Tổng
		\$20	\$30	\$40	
Chất lượng bữa ăn	Tốt	44	35	3	
	Rất tốt	38	60	40	
	Xuất sắc	10	25	45	
Tổng					

a. Điền các số liệu còn thiếu vào bảng trên

		Giá bữa ăn			Tổng
		\$20	\$30	\$40	
Chất lượng bữa ăn	Tốt	44	35	3	82
	Rất tốt	38	60	40	138
	Xuất sắc	10	25	45	80
Tổng		92	120	88	300

b. Xây dựng một bảng xác suất liên kết cho các dữ liệu ở bảng trên

		Giá bữa ăn			Tổng
		\$20	\$30	\$40	
Chất lượng bữa ăn	Tốt	0.1467	0.1167	0.0100	0.2734
	Rất tốt	0.1267	0.2000	0.1333	0.4600
	Xuất sắc	0.0333	0.0833	0.1500	0.2666
Tổng		0.3067	0.4000	0.2933	1.0000

c. Nếu có một bữa ăn ở nhà hàng với giá \$40 thì xác suất để chất lượng của bữa ăn đó được xếp loại xuất sắc sẽ là bao nhiêu?

$$\begin{aligned}
 &P(\text{bữa ăn chất lượng xuất sắc} / \text{bữa ăn có giá } \$40) = \\
 &= P(\text{bữa ăn chất lượng xuất sắc và có giá } \$40) / P(\text{bữa ăn có giá } \$40) = \\
 &= 0.1500 / 0.2933 \approx 0.5114 = 51.14\%
 \end{aligned}$$

d. Nếu có một bữa ăn ở nhà hàng được xếp loại rất tốt thì xác suất để giá của bữa ăn đó là \$30 sẽ là bao nhiêu?

$$\begin{aligned}
 &P(\text{bữa ăn có giá } \$30 / \text{bữa ăn xếp loại rất tốt}) = \\
 &= P(\text{bữa ăn có giá } \$30 \text{ và xếp loại rất tốt}) / P(\text{bữa ăn xếp loại rất tốt}) = \\
 &= 0.2000 / 0.4600 \approx 0.4348 = 43.48\%
 \end{aligned}$$

Bài 4: (20 điểm)

Dữ liệu dưới đây liên quan đến kết quả sản xuất của hai phân xưởng X và Y của Công Ty Nhật Tân. Phân xưởng X có năng lực sản xuất thấp hơn chiếm 35% sản lượng sản xuất trong ngày. Theo số liệu thống kê được từ phòng quản lý chất lượng của công ty Nhật Tân, Phân xưởng X thường sản xuất ra 6% phế phẩm, trong khi dây chuyền Y chỉ tạo ra 2% phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm được sản xuất ra trong ngày

- a. Tính xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm tốt

Gọi X là biến cố sản phẩm được sản xuất từ phân xưởng X.

Y là biến cố sản phẩm được sản xuất từ phân xưởng Y.

Ta có $P(X) = 0.35$

$$\implies P(Y) = 1 - P(X) = 0.65$$

Gọi A là biến cố sản phẩm là tốt

Gọi B là biến cố sản phẩm là phế phẩm

$$\text{Ta có } P(B/X) = 0.06 \implies P(A/X) = 1 - 0.06 = 0.94$$

$$P(B/Y) = 0.02 \implies P(A/Y) = 1 - 0.02 = 0.98$$

Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm tốt $P(A)$:

$$P(A) = P(A/X)*P(X) + P(A/Y)*P(Y) = 0.94*0.35 + 0.98*0.65 = 0.966$$

- b. Tính xác suất để sản phẩm được chọn là phế phẩm

$$P(B) = P(B/X)*P(X) + P(B/Y)*P(Y) = 0.06*0.35 + 0.02*0.65 = 0.034$$

- c. Giả sử sản phẩm được chọn là sản phẩm tốt. Tính xác suất để sản phẩm này được sản xuất từ phân xưởng X

$$P(X/A) = [P(A/X)*P(X)] / P(A) = 0.94*0.35 / 0.966 \approx 0.341$$

- d. Giả sử sản phẩm được chọn là phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm này được sản xuất từ phân xưởng Y

$$P(Y/B) = [P(B/Y)*P(Y)] / P(B) = 0.02*0.65 / 0.034 \approx 0.382$$

Bài 5: (20 điểm)

Hai kẻ khủng bố đeo mặt nạ, bị cảnh sát đuổi bắt, bèn vứt mặt nạ đi và trà trộn vào một đám đông. Cảnh sát bắt giữ toàn bộ đám đông, tổng cộng 50 người, và dùng máy phát hiện nói dối để điều tra xem ai trong số đám đông là kẻ khủng bố. Biết rằng đối với kẻ khủng bố, xác suất bị máy nghi có tội là 85%, nhưng đối với người vô tội, thì xác suất để bị máy nghi nhầm thành có tội là 6%. Giả sử X là một nhân vật trong đám đông bị máy nghi là có tội. Tính xác suất để X là kẻ khủng bố

Gọi A là biến cố một người trong đám đông là kẻ khủng bố

Gọi B là biến cố một người trong đám đông bị máy nghi là có tội

$$P(A) = 2/50 = 0.04 \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0.04 = 0.96$$

$$P(B|A)=0.85$$

$$P(B|\bar{A})=0.06$$

Theo công thức Bayes, ta tính được $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0.85*0.04}{0.85*0.04 + 0.06*0.96} = 0.034/0.0916 \approx 0.3712$$