CHƯƠNG 8

PHÉP PHÂN TÍCH HỒI QUY ĐA BIẾN: VẤN ĐỀ SUY LUẬN

Chương này là phần tiếp theo của Chương 5, mở rộng các ý tưởng về ước lượng khoảng và các kiểm định giả thiết được phát triển đến các mô hình gồm ba biến hoặc nhiều hơn. Mặc dù theo nhiều cách kiểm định, các khái niệm đã phát triển ở Chương 5 có thể được áp dụng một cách không khó khăn vào các mô hình hồi quy đa biến, nhưng cũng có một vài tính chất bổ sung đặc biệt dùng cho các mô hình này, và chính các tính chất này sẽ được chú ý nhiều ở chương này.

8.1. NHẮC LẠI GIẢ THIẾT QUY LUẬT CHUẨN

Cho tới nay, ta đã biết: nếu mục tiêu của chúng ta chỉ là việc ước lượng điểm của các thông số của các mô hình hồi quy thì phương pháp bình phương tối thiểu thông thường (OLS) trong đó không đặt ra bất kỳ giả thiết nào về phân phối xác suất của nhiễu u_i là đủ. Nhưng mục tiêu của chúng ta ở đây là ước lượng và cũng là suy luận nữa, thì theo như cách lập luận ở Chương 4 và 5, chúng ta cần đặt giả thiết rằng u_i tuân theo một số phân phối xác suất nào đó.

Đối với lý do đã rõ đó, ta giả thiết rằng u_i tuân theo phân phối chuẩn với trung bình zero và phương sai σ^2 là hằng số. Ta tiếp tục đưa ra giả thiết này cho các mô hình hồi quy đa biến. Với giả thiết qui luật chuẩn và theo đúng những gì đã thảo luận ở Chương 4 và 7, ta tìm ra rằng các hàm ước lượng bình phương tối thiểu của các hệ số hồi quy riêng phần là đồng nhất với các hàm ước lượng thích hợp tối đa (ML), là các hàm ước lượng không thiên lệch tuyến tính tốt nhất (BLUE)[1]. Hơn nữa, các hàm ước lượng $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ và $\hat{\beta}_1$ chính chúng tuân theo phân phối chuẩn với các trung bình bằng b_2 ,b_3 và b_1 và các phương sai đã cho trong Chương 7. Tiếp theo, $(n-3)\hat{\sigma}^2/\sigma^2$ tuân theo phân phối χ^2 với n-3 bậc tự do (df), và cả ba hàm ước lượng bình phương tối thiểu thông thường OLS tuân theo một cách độc lập phân phối của $\hat{\sigma}^2$. Các dẫn chứng cho trường hợp hai biến đã thảo luận ở phụ lục 3. Theo kết quả và tiếp theo Chương 5, người ta có thể chỉ ra rằng theo sự thay thế σ^2 bằng hàm ước lượng không thiên lệch của nó $\hat{\sigma}^2$ trong phép tính các sai số chuẩn, thì mỗi biến

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se(\hat{\beta}_1)} \tag{8.1.1}$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{se(\hat{\beta}_2)} \tag{8.1.2}$$

[1] Với giả thiết qui luật chuẩn, các hàm ước lượng OLS $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ và $\hat{\beta}_1$ là các hàm ước lượng phương sai cực tiểu trong toàn bộ nhóm các hàm ước lượng không thiên lệch, dù chúng có tuyến tính hay không. Ngắn gọn hơn, chúng là BUE (hàm ước lượng không thiên lệch tốt nhất). Xem *C.R.Rae, Linear Statistical Inference and its Applications,* (Suy diễn thống kê tuyến tính và các ứng dụng của nó), John Wiley & Sons, NewYork*, 1965,* trang 258.

$$t = \frac{\hat{\beta}_3 - \beta_3}{se(\hat{\beta}_3)} \tag{8.1.3}$$

tuân theo phân phối *t* với *n*-3 bậc tự do.

Lưu ý: ở đây độ tự do df là *n*-3 vì trong khi tính $\sum \hat{u}_i^2$ và sau đó cả $\hat{\sigma}^2$ việc đầu tiên là cần ước lượng 3 hệ số hồi quy riêng phần, vì vậy chúng sẽ đặt ba giới hạn lên tổng các bình phương của phần dư (RSS) (theo trình tự suy luận này , trong trường hợp 4 biến sẽ có *n*-4 df v.v...). Do đó, phân phối *t* có thể được sử dụng để thiết lập các khoảng tin cậy và kiểm định các giả thiết thống kê về các hệ số hồi quy riêng phần của tổng thể đúng. Tương tự phân phối χ^2 có thể được sử dụng để kiểm định giả thiết về σ^2 đúng. Để biểu diễn các cơ chế này, ta sử dụng ví dụ minh họa sau.

8.2. VÍ DỤ 8.1: TƯƠNG QUAN GIỮA TIÊU DÙNG CÁ NHÂN VÀ THU NHẬP KHẢ DỤNG CÁ NHÂN Ở MỸ, 1956-1970

Giả sử ta muốn nghiên cứu đường biểu diễn của việc chi tiêu tiêu dùng cá nhân ở Mỹ cho nhiều năm trước đây. Cho mục đích này, ta sử dụng mô hình đơn giản sau đây:

$$E(Y|X_2, X_3) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} \tag{8.2.1}$$

trong đó:

Y = chi tiêu tiêu dùng cá nhân (PCE)

X_2 = thu nhập khả dụng (sau thuế) cá nhân (PDI)

X_3 = thời gian tính bằng năm

Phương trình (8.2.1) định ra rằng PCE quan hệ tuyến tính với PDI và thời gian hay là **biến xu hướng**. Trong hầu hết các phép phân tích hồi quy đa biến liên quan đến dữ liệu chuỗi thời gian, thực tế chứng tỏ nên giới thiệu biến thời gian hay là biến xu hướng cùng với một vài các biến giải thích khác vì các lý do sau:

1. Sự quan tâm của chúng ta có thể đơn giản chỉ là tìm xem biến phụ thuộc biểu hiện như thế nào theo thời gian. Ví dụ, các biểu đồ thường được vẽ cho thấy biểu hiện của nhiều đại lượng ví dụ như GNP, tuyển dụng , thất nghiệp, giá cổ phiếu, ... theo giai đoạn thời gian nào đó. Việc xem xét các biểu đồ này cho ta thấy sự chuyển dịch chung của chuỗi thời gian là lên (xu hướng lên), xuống (xu hướng xuống), hay là không có xu hướng (nghĩa là không có dạng rõ ràng). Trong các phép phân tích này, chúng ta có thể không tìm hiểu về nguyên nhân đằng sau xu hướng lên hay xuống ; mục tiêu của chúng ta chỉ đơn giản là mô tả dữ liệu theo thời gian.

2. Nhiều khi, biến xu hướng là sự thay thế cho biến cơ bản ảnh hưởng đến *Y*. Nhưng biến cơ bản này có thể không quan sát được, hoặc nếu có quan sát được thì dữ liệu về nó hoặc là không có sẵn, hoặc là khó mà thu được . Ví dụ, trong lý thuyết sản xuất, công nghệ chính là biến như vậy. Ta có thể cảm thấy tác động của công nghệ nhưng ta không biết làm sao để đo được nó. Do đó, để cho "thuận lợi", ta có thể giả sử rằng công nghệ là hàm nào đấy của thời gian được đo theo chiều thời gian . Trong vài trường hợp, có thể tin rằng biến ảnh hưởng đến *Y* đo lường được tương quan theo thời gian gần đến mức ta giới thiệu biến thời gian còn dễ hơn là giới thiệu biến cơ bản. Ví dụ, trong (8.2.1), thời gian X_3 có thể đại diện rất tốt cho dân số. PCE tổng hợp tăng khi dân số tăng, và dân số có thể có tương quan (tuyến tính) nào đó với thời gian.

3. Một nguyên nhân khác của việc đưa biến xu hướng là để tránh vấn đề **tương quan giả**. Dữ liệu bao gồm các chuỗi thời gian kinh tế, như là chi tiêu tiêu dùng cá nhân (PCE), thu nhập sau thuế khả dụng cá nhân (PDI) trong hồi quy (8.2.1), thường dịch chuyển theo một hướng, phản ánh xu hướng lên hay xuống. Do đó, nếu người ta cần hồi quy PCE hay là PDI và thu được giá trị R^2 cao, giá trị cao này có thể không phản ánh liên kết thực giữa PCE và PDI; nó có thể đơn giản chỉ phản ánh xu hướng chung , đại diện cho chúng. Để tránh các liên kết giả như thế giữa các chuỗi thời gian kinh tế, người ta có thể xử lý bằng một trong hai cách sau: Giả sử rằng các chuỗi thời gian biểu hiện xu hướng tuyến tính, người ta có thể đưa vào biến thời gian hay biến xu hướng một cách rõ ràng vào mô hình, như trong phương trình (8.2.1) [2]. Kết quả là b_2 trong (8.2.1) bây giờ phản ánh liên kết thực giữa PCE và PDI, nghĩa là liên kết thuần túy của ảnh hưởng thời gian (tuyến tính) (Hãy nhắc lại định nghĩa về hệ số hồi quy riêng phần).

Bằng cách khác, người ta có thể bác bỏ thành phần xu hướng Y (PCE) và X_2 (PDI) và tiến hành hồi quy trên Y và X_2 đã loại bỏ thành phần xu hướng. Giả thiết một lần nữa về xu hướng tuyến tính thời gian, việc loại bỏ thành phần xu hướng có thể bị ảnh hưởng bởi quá trình ba bước đã thảo luận trong Chương 7. Đầu tiên ta hồi quy Y trên X_3 (thời gian) và thu được các phần dư từ hồi quy này, cho là $\hat{u}_{1t}$. Hai là, hồi quy X_2 trên X_3 và thu được các phần dư từ hồi quy này, cho là $\hat{u}_{2t}$. Cuối cùng, hồi quy $\hat{u}_{1t}$ trên $\hat{u}_{2t}$, cả hai đại lượng này đều không chịu ảnh hưởng (tuyến tính) của thời gian. Hệ số độ dốc trong hồi quy này sẽ phản ánh liên kết thực giữa Y và X_2, và do đó nó bằng b_2 (xem bài tập 8.7). Xét về phương diện tính toán, phương pháp trước tiết kiệm hơn phương pháp sau.

4. *Lưu ý cảnh giác:* Quá trình loại bỏ xu hướng các chuỗi thời gian vừa mô tả tuy là thông thường trong ứng dụng, hiện đang bị soi xét phê phán bởi các nhà lý thuyết phân tích chuỗi thời gian[3]. Như ta sẽ thảo luận trong các chương về phân tích chuỗi thời gian, quá trình loại bỏ xu hướng vừa mô tả ở (3) có thể thích hợp nếu chuỗi thời gian biểu hiện **xu hướng tất định** và không phải là một **xu hướng ngẫu nhiên (hay là biến ngẫu nhiên).** Trong các chương đó ta sẽ chỉ ra các phương pháp được sử dụng để xác định xem một chuỗi thời gian cụ thể biểu thị xu hướng ngẫu nhiên hay tất định.

Như một kiểm định mô hình (8.2.1), ta lấy dữ liệu trong Bảng 8.1. Đường hồi quy ước lượng sẽ như sau:

$$\begin{array}{llll}
\hat{Y}_i = & 53.1603 & + 0.7266X_{2i} & + 2.7363X_{3i} \\
 & (13.0261) & (0.0487) & (0.8486) \\
t = & (4.0811) & (14.9060) & (3.2246) \\
\textbf{Giá trị p} = & (0.0008) & (0.0000)^{*} & (0.0036)
\end{array} \qquad (8.2.2)$$

$$\text{df} = 12 \qquad R^2 = 0.9988 \qquad \bar{R}^2 = 0.9986 \qquad F_{2,12} = 5128.88$$

* Biểu diễn giá trị rất nhỏ

BẢNG 8.1

Chi tiêu tiêu dùng cá nhân (PCE) và thu nhập khả dụng cá nhân sau thuế (PDI) ở Hoa Kỳ, năm 1956-1970, tính bằng tỷ đô la năm 1958

PCE, Y	**PDI, X_2**	**Thời gian, X_3**
281.4	309.3	1956 = 1
288.1	316.1	1957 = 2
290.0	318.8	1958 = 3
307.3	333.0	1959 = 4
316.1	340.3	1960 = 5

[2] Quá trình này rất tổng quát . Nếu chuỗi thời gian biểu thị xu hướng bình phương, ta đưa X_3^2 vào (8.2.1) trong đó X_3 là thời gian.

[3] Như đã lưu ý ở Chương 1, phân tích thực nghiệm dựa trên dữ liệu chuỗi thời gian ngụ ý cho rằng các chuỗi thời gian cơ sở có tính dừng. Sự loại bỏ thành phần xu hướng là một trong các quá trình được sử dụng để làm cho chuỗi thời gian trở thành chuỗi dừng. Như ta sẽ chỉ ra ở Chương 21, quá trình loại bỏ xu hướng mô tả trước đây có thể được giới thiệu nếu chuỗi thời gian cơ sở có **xu hướng tất định**.

322.5	350.5	1961 = 6
338.4	367.2	1962 = 7
353.3	381.2	1963 = 8
373.7	408.1	1964 = 9
397.7	434.8	1965 = 10
418.1	458.9	1966 = 11
430.1	477.5	1967 = 12
452.7	499.0	1968 = 13
469.1	513.5	1969 = 14
476.9	533.2	1970 = 15

Nguồn: Survey of Current Business,(Nghiên cứu về kinh doanh hiện hành). Phòng thương mại Hoa Kỳ, các vấn đề khác nhau

trong đó, tiếp theo với khuôn khổ của phương trình (5.11.1), các số trong nhóm đầu tiên của các ngoặc đơn là các sai số chuẩn ước lượng, các số trong nhóm thứ hai là giá trị t theo *giả thiết không* cho rằng hệ số tương quan của tổng thể liên quan có giá trị bằng 0, và các số trong nhóm thứ ba là các giá trị ước lượng p.

Cách giải thích phương trình (8.2.2) như sau: nếu X_2 và X_3 đều được cố định ở 0, giá trị trung bình của mức chi tiêu tiêu dùng cá nhân (có thể phản ánh ảnh hưởng của tất cả các biến bị bỏ qua) được ước lượng gần đúng bằng 53.16 tỷ đô la năm 1958. Như đã lưu ý trước đây, trong hầu hết các trường hợp, số hạng tung độ gốc không có ý nghĩa kinh tế. Hệ số hồi quy riêng phần 0.7266 nghĩa là khi giữ cho tất cả các biến khác không đổi (X_3 trong trường hợp này), vì thu nhập khả dụng cá nhân tăng, cho là 1$, mức chi tiêu tiêu dùng cá nhân trung bình sẽ tăng, vào khoảng 73 xu. Cũng như vậy, nếu X_2 được giữ không đổi, mức chi tiêu tiêu dùng cá nhân trung bình được ước lượng tăng ở mức 2.7 tỷ đô la mỗi năm. Giá trị R^2 bằng 0.9988 nói lên rằng hai biến giải thích có thể giải thích được khoảng 99.9% độ biến thiên trong chi tiêu tiêu dùng cá nhân ở Mỹ vào giai đoạn 1956-1970. Giá trị R^2 có hiệu chỉnh cho thấy rằng sau khi chú ý đến bậc tự do df, X_2 và X_3 vẫn giải thích được khoảng 99.8 phần trăm của độ biến thiên của Y.

8.3. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT TRONG HỒI QUY ĐA BIẾN: NHẬN XÉT TỔNG QUÁT

Khi đã ra khỏi thế giới đơn giản của mô hình hồi quy tuyến tính hai biến, kiểm định giả thiết giả định một vài dạng thú vị, như là các dạng sau đây:

1. Kiểm định các giả thiết về hệ số hồi quy riêng phần riêng biệt (Phần 8.4)
2. Kiểm định ý nghĩa toàn diện của mô hình hồi quy đa biến ước lượng, nghĩa là tìm ra xem có phải tất cả các hệ số dộ dốc riêng phần đồng thời bằng 0 hay không. (Phần 8.5)
3. Kiểm định hai hay nhiều hơn các hệ số bằng với một hệ số khác (Phần 8.6)
4. Kiểm định các hệ số hồi quy riêng phần có thỏa mãn các giới hạn nhất định không (Phần 8.7).
5. Kiểm định tính ổn định của mô hình hồi quy ước lượng theo thời gian hay là trong các đơn vị chéo (cross-sectional units) khác nhau. (Phần 8.8)
6. Kiểm định dạng hàm số của các mô hình hồi quy (Phần 8.9)

Vì việc kiểm định một hay nhiều dạng này rất thường xảy ra trong phân tích thực nghiệm như vậy, ta sẽ dành riêng một phần cho mỗi dạng.

8.4. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT VỀ CÁC HỆ SỐ HỒI QUY RIÊNG PHẦN RIÊNG BIỆT

Nếu ta dẫn chứng giả thiết cho rằng $u_i \sim N(0,\sigma^2)$, và sau đó, như đã lưu ý ở phần 8.1, ta có thể sử dụng kiểm định *t* để kiểm định giả thiết về hệ số hồi quy riêng phần *riêng biệt* bất kỳ. Để minh họa cơ chế này, xét ví dụ bằng số . Ta hãy đặt rằng:

$$H_0{:}b_2 = 0 \quad \text{và} \quad H_1{:}b_2 \neq 0$$

Giả thiết không khẳng định: Khi giữ cho X_3 không đổi, thu nhập khả dụng cá nhân sau thuế không có ảnh hưởng (tuyến tính) lên mức chi tiêu tiêu dùng cá nhân[4]. Để kiểm định *giả thiết không*, ta sử dụng kiểm định *t* đã cho trong (8.1.2). Theo Chương 5, nếu giá trị *t* tính được vượt quá giá trị tới hạn *t* tại mức ý nghĩa đã chọn, ta có thể bác bỏ giả thiết, ngược lại, ta không thể bác bỏ nó. Đối với ví dụ của ta, sử dụng (8.12.2) và lưu ý rằng $b_2 = 0$ theo *giả thiết không*, ta có:

$$t = \frac{0.7266}{0.0487} = 14.9060 \qquad (8.4.1)$$

Nếu ta cho $a = 0.05$, $t_{\alpha/2} = 2.179$ đối 12 bậc tự do [lưu ý: Chúng ta đang sử dụng kiểm định *t* hai phía.(Vì sao?)]. Do giá trị *t* tính được bằng 14.9060 vượt xa giá trị *t* tới hạn là 2.179, ta có thể bác bỏ *giả thiết không* và nói rằng $\hat{\beta}_2$ có ý nghĩa thống kê, nghĩa là khác 0. Thực ra như (8.2.2) chỉ rõ, giá trị xác suất *p* của trị thống kê *t* có giá trị hoặc bằng hoặc lớn hơn 14.9060 là quá nhỏ. Bằng đồ thị ta thấy rõ bối cảnh này trong hình 8.1

Trong Chương 5, ta đã thấy sự gắn bó chặt chẽ giữa kiểm định giả thiết và cách ước lượng khoảng tin cậy. Đối với ví dụ của ta, khoảng tin cậy 95% đối với b_2 là:

$$\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2}\mathrm{se}(\hat{\beta}_2) \le \beta_2 \le \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2}\mathrm{se}(\hat{\beta}_2)$$

trong trường hợp của ta nó trở thành:

$$0.7266 - 2.179\ (0.0487) \le b_2 \le 0.7266 + 2.179(0.0487)$$

nghĩa là

$$0.6205 \le b \le 0.8327 \qquad (8.4.2)$$

nghĩa là b_2 nằm giữa 0.6205 và 0.8327 với hệ số tin cậy 95 phần trăm. Do đó, nếu 100 mẫu có cỡ mẫu là 15 đã được chọn và 100 khoảng tin cậy giống như $\hat{\beta}_2 \pm t_{\alpha/2}\mathrm{se}(\hat{\beta}_2)$ được xây dựng, ta kỳ vọng 95 trong chúng chứa đựng thông số tổng thể thực b_2 . Do giá trị được giả thiết bằng 0 không có trong khoảng (8.4.2), ta có thể bác bỏ *giả thiết không* cho rằng $b_2 = 0$ với hệ số tin cậy 95%. Do đó khi sử dụng kiểm định *t* về tính ý nghĩa như trong (8.4.1) hay là phép ước lượng khoảng tin cậy như trong (8.4.2), ta cũng đạt được kết luận đó. Nhưng điều này cũng không có gì lạ trong cách nhìn về mối kết nối gần gũi giữa ước lượng khoảng tin cậy và phép kiểm định giả thiết.

Theo quá trình vừa mô tả, ta có thể kiểm định các giả thiết về các thông số khác của mô hình (8.2.1) từ các thông tin được trình bày trong phương trình (8.2.2). Nếu như, ví dụ, ta cho rằng α

[4] Trong hầu hết các điều tra thực nghiệm, *giả thiết không* được khẳng định dưới dạng này, nghĩa là lấy vị trí cực trị sao cho không có liên quan nào giữa biến phụ thuộc và biến giải thích để xem. Ý tưởng ở đây là tìm xem liên quan giữa hai biến này có phải là không đáng kể hay không để bắt đầu.

= 0.05 và giả thiết rằng mỗi hệ số hồi quy riêng phần có giá trị một cách riêng biệt bằng 0, thì, rõ ràng [từ (8.2.2)] mỗi hệ số hồi quy riêng phần ước lượng là có nghĩa thống kê, nghĩa là khác biệt với 0 về ý nghĩa vì giá trị *t* tính được trong mỗi trường hợp đều vượt quá giá trị *t* tới hạn; ta có thể bác bỏ *một cách riêng biệt giả thiết không* (riêng biệt).

Nhân đây xin lưu ý rằng các giá trị *p* của các hệ số hồi quy khác nhau trong (8.2.2) là cực thấp, điều đó gợi ý rằng mỗi hệ số hồi quy riêng phần có ý nghĩa thống kê tại mức ý nghĩa thấp hơn nhiều so với mức 1 hay 5 phần trăm quy ước.

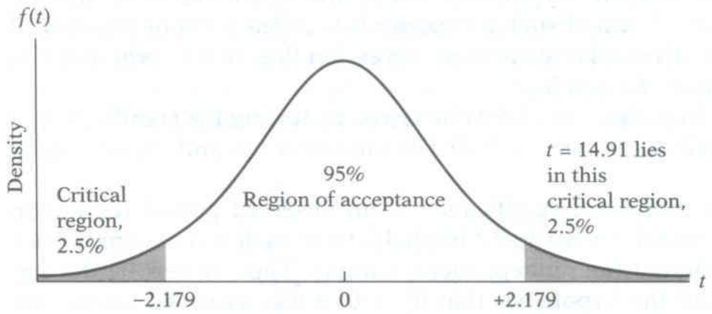

FIGURE 8.1
The 95 percent confidence interval for *t*(12 df).

HÌNH 8.1 Khoảng tin cậy 95 % cho *t* (12 bậc tự do)

8.5. VIỆC KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA TOÀN DIỆN CỦA HỒI QUY MẪU

Trong suốt phần trước, ta đã đề cập đến việc kiểm định ý nghĩa các hệ số hồi quy riêng phần ước lượng một cách riêng biệt, nghĩa là theo giả thiết riêng rằng mỗi hệ số hồi quy riêng phần tổng thể thực bằng 0. Nhưng bây giờ ta xét giả thiết sau:

$$H_0: b_2 = b_3 = 0 \qquad (8.5.1)$$

Giả thiết không này là giả thiết liên kết vì b_2 và b_3 cùng hay là đồng thời bằng 0. Một kiểm định giả thiết như thế này gọi là sự kiểm định **ý nghĩa toàn diện** của đường hồi quy ước lượng được hay quan sát được, nghĩa là xem Y có tương quan tuyến tính với cả X_2 và X_3 hay không .

Giả thiết liên kết trong (8.5.1) có thể được kiểm định bằng cách kiểm định riêng biệt ý nghĩa của b_2 và $\hat{\beta}_3$ như trong phần 8.4 không? Câu trả lời là không với các lý do sau:

Trong cách kiểm định ý nghĩa riêng biệt của hệ số hồi quy riêng phần được quan sát trong Phần 8.4, ta đã giả thiết một cách ngụ ý rằng mỗi phép kiểm định ý nghĩa dựa trên một mẫu khác nhau (nghĩa là mẫu độc lập). Vì vậy, trong cách kiểm định ý nghĩa của $\hat{\beta}_2$ theo giả thiết $b_2 = 0$, nó đã được giả thiết ngầm rằng, phép kiểm định dựa trên mẫu khác với mẫu đã sử dụng để kiểm định ý nghĩa của $\hat{\beta}_3$ theo *giả thiết không* rằng $b_3 = 0$. Nhưng để kiểm định giả thiết **liên kết** của (8.5.1), nếu ta vẫn sử dụng dữ liệu mẫu đó (Bảng 8.1), ta sẽ phá vỡ giả thiết nền tảng của quy trình kiểm định[5]. Sự việc có thể được sắp đặt khác đi: Trong (8.4.2) ta đã thiết lập khoảng tin cậy 95% cho b_2. Nhưng nếu ta sử dụng dữ liệu mẫu như thế để thiết lập khoảng tin

[5] Trong một mẫu đã cho bất kỳ, $\text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)$ có thể không bằng 0, nghĩa là $\hat{\beta}_2$ và $\hat{\beta}_3$ có thể có tương quan. Xem (7.4.17).

cậy cho b_3, cho là, với hệ số tin cậy 95%, ta không thể khẳng định rằng cả b_2 và b_3 nằm trong các khoảng tin cậy tương ứng của chúng với xác suất $(1-\alpha)(1-\alpha)$ = (0.95)(0.95).

Nói cách khác mặc dù các phát biểu :

$$\Pr[\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_2) \le \beta_2 \le \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_2)] = 1-\alpha$$
$$\Pr[\hat{\beta}_3 - t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_3) \le \beta_3 \le \hat{\beta}_3 + t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_3)] = 1-\alpha$$

là đúng một cách riêng biệt, điều đó *sẽ không đúng* nếu cho rằng xác suất để b_2 và b_3 cùng nằm trong các khoảng $[\hat{\beta}_2 \pm t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_2), \hat{\beta}_3 \pm t_{\alpha/2} se(\hat{\beta}_3)]$ là $(1-\alpha)^2$, bởi vì các khoảng có thể không phải là độc lập khi mà vẫn sử dụng cùng dữ liệu đó để tìm ra các khoảng ấy. Phát biểu vấn đề này một cách khác là:

> ... kiểm định một chuỗi các giả thiết đơn lẻ (riêng biệt) *không* tương đương với kiểm định liên kết của chính các giả thiết ấy. Lý do trực giác của điều này là: trong kiểm định liên kết nhiều giả thiết, bất kỳ giả thiết đơn lẻ nào cũng bị "ảnh hưởng" bởi thông tin trong các giả thiết khác[6].

Kết luận của luận điểm trên là đối với một ví dụ (mẫu) cho trước, chỉ thu được một khoảng tin cậy hay là chỉ một kiểm định ý nghĩa mà thôi. Thế thì, ta kiểm định *giả thiết không* cho rằng $b_2 = b_3 = 0$ như thế nào? Câu trả lời sẽ là như sau:

Phương pháp Phân tích Phương sai đối với Kiểm định Ý nghĩa Toàn diện của Hồi quy Đa biến Quan sát : Kiểm định *F*.

Với các lý do vừa giải thích trên đây, ta không thể sử dụng phép kiểm định *t* thông thường để kiểm định giả thiết liên kết cho rằng các hệ số độ dốc riêng phần sẽ đồng thời bằng 0. Tuy nhiên, giả thiết liên kết này sẽ có thể được kiểm định bởi **phép phân tích phương sai** (ANOVA), kỹ thuật đó đã được giới thiệu lần đầu ở Phần 5.9, và có thể được biểu diễn như sau:

Nhắc lại đồng nhất thức:

$$\begin{array}{l} \sum y_i^2 = \hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta} \sum y_i x_{3i} + \sum \hat{u}_i^2 \\ \text{TSS} \quad = \qquad \text{ESS} \qquad\qquad + \text{RSS} \end{array} \tag{8.5.2}$$

TSS, như thường lệ, có n-1 bậc tự do (df), RSS có n -3 bậc tự do, lý do vì sao thì ta đã biết. ESS có 2 bậc tự do vì nó là hàm của $\hat{\beta}_2$ và $\hat{\beta}_3$. Do đó, theo quy trình phân tích phương sai (ANOVA) đã thảo luận ở phần 5.9, ta có thể lập Bảng.8.2.

Bây giờ nó có thể được chỉ rõ [7] rằng theo giả thiết về phân phối chuẩn cho đại lượng u_i và *giả thiết không* $b_2 = b_3 = 0$, biến

---

[6] Thomas B.Fomby, R.Carter Hill, and Stanley R., Johnson, *Advanced Econometric Methods*, (Các phương pháp kinh tế lượng cao cấp), Springer Verlag, New York, 1984, trang 37.

[7] Xem K.A. Brownlee, *Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering,* John Wiley & Sons, New York, 1960, trang 278-280.

$$F = \frac{(\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i})/2}{\sum \hat{u}_i^2 /(n-3)} = \frac{\text{ESS/df}}{\text{RSS/df}} \tag{8.5.3}$$

được phân phối như là phân phối F với 2 và n-3 bậc tự do.

BẢNG 8.2
Bảng ANOVA cho hồi quy ba biến

Nguồn của biến đổi	**SS**	**df**	**MSS**
Do hồi quy (ESS)	$\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}$	2	$\frac{\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}}{2}$
Do phần dư	$\sum \hat{u}_i^2$	$n-3$	$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-3}$
Tổng cộng	$\sum y_i^2$	n - 1	

Ứng dụng nào có thể được lập ra từ tỷ số F trên? Nó có thể được chứng minh[8] rằng theo giả thiết $u_i \sim N(0,\sigma^2)$,

$$E\frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-3} = E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 \tag{8.5.4}$$

Với giả thiết bổ sung $b_2 = b_3 = 0$, nó có thể được chỉ rằng:

$$\frac{E(\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i})}{2} = \sigma^2 \tag{8.5.5}$$

Vì vậy, nếu *giả thiết không* là đúng, cả hai biểu thức (8.5.4) và (8.5.5) cho các ước lượng đồng nhất của σ^2 thực. Khẳng định này có thể không có gì mới mẻ vì nếu có liên quan không đáng kể giữa Y và X_2 và X_3, nguồn biến thiên duy nhất trong Y là do ảnh hưởng ngẫu nhiên với u_i là đại diện. Tuy nhiên nếu *giả thiết không* là sai , nghĩa là X_2 và X_3 ảnh hưởng một cách rõ ràng đến Y, dấu bằng giữa biểu thức (8.5.4) và (8.5.5) sẽ không thực hiện được . Trong trường hợp này, ESS sẽ tương đối lớn hơn RSS, do có kể đến các bậc tự do tương ứng của chúng. Vì vậy, giá trị F của (8.5.3) cho ta kiểm định về *giả thiết không* rằng các hệ số độ dốc thực đồng thời bằng 0. Nếu giá trị F được tính từ (8.5.3) vượt quá giá trị tới hạn của F trong Bảng F tại mức ý nghĩa a phần trăm, ta bác bỏ H_0; ngược lại ta không thể bác bỏ nó . Nói cách khác, nếu giá trị p của F quan sát là đủ nhỏ, ta có thể bác bỏ H_0.

Trở lại ví dụ của ta , ta có Bảng 8.3, sử dụng (8.5.3) ta thu được:

$$F = \frac{32982.5502}{6.4308} = 5128.8781 \tag{8.5.6}$$

[8] Như sách trên.

BẢNG 8.3
Bảng ANOVA cho ví dụ minh họa

Nguồn của biến đổi	SS	df	MSS
Do hồi quy	65,965.1003	2	32,982.5502
Do phần dư	77.1690	12	6.4308
Tổng cộng	66,042.2693	14	

Nếu ta sử dụng mức ý nghĩa 5%, giá trị tới hạn của *F* đối với 2 và 12 bậc tự do $F_{0.05}(2,12)$, sẽ bằng 3.89. *R*õ ràng giá trị *F* xác định được là có ý nghĩa, và do đó ta có thể bác bỏ *giả thiết không*. (Nếu *giả thiết không* là đúng, xác suất để có giá trị *F* vào khoảng 5129 sẽ nhỏ hơn 5 trong 100.) Nếu mức ý nghĩa được giả thiết là 1 phần trăm $F_{0.01}(2,12) = 6.93$. *F* tính được vẫn vượt giá trị tới hạn bởi một khoảng lớn. Ta vẫn bác bỏ được *giả thiết không*; nếu *giả thiết không* mà đã đúng, cơ hội để tính được giá trị *F* là 5129 sẽ nhỏ hơn 1 trong 100[9]. Hay là giá trị p của *F* quan sát được sẽ cực nhỏ.

Ta có thể khái quát quy trình trên về kiểm định *F* như sau.

Kiểm định Ý Nghĩa Toàn Diện của Hồi Quy Đa Biến: Kiểm định -*F*

Qui tắc quyết định. Cho trước mô hình hồi quy *k* biến :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + ... + \beta_k X_{ki} + u_i$$

Để kiểm định giả thiết

$$H_0: b_2 = b_3 = ... = b_k = 0$$

(nghĩa là: tất cả các hệ số độ dốc đồng thời bằng 0) đối lại

H_1: không phải tất cả các hệ số độ dốc đồng thời bằng 0,

hãy tính

$$F = \frac{ESS/df}{RSS/df} = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} \qquad (8.5.7)$$

Nếu $F > F_\alpha(k\text{-}1, n\text{-}k)$, bác bỏ H_0; ngược lại ta không thể bác bỏ H_0, trong đó $F_\alpha(k\text{-}1, n\text{-}k)$ là giá trị *tới hạn* của *F* tại mức ý nghĩa α và (*k*-1) của bậc tự do tử số và (*n*-*k*) bậc tự do mẫu số. Một cách khác, nếu giá trị p thu được từ cách tính *F* trong (8.5.7) là đủ nhỏ, người ta có thể bác bỏ H_0.

Cần thiết nhắc lại rằng trong trường hợp 3 biến (*Y* và X_2, X_3) , *k* là 3, trong trường hợp 4 biến, *k* là 4, v.v...

---

[9] Theo quy ước, trong trường hợp này, ta nói rằng giá trị *F* tính được có ý nghĩa cao bởi vì xác suất gây ra sai lầm loại 1 (nghiã là mức ý nghĩa) rất thấp: 1 trong 100.

Nhân đây lưu ý hầu hết các phần mềm hồi quy đều đã quen tính giá trị F (đã cho trong bảng phân tích phương sai) cùng với các kết quả hồi quy thông thường, như là các hệ số ước lượng, các sai số chuẩn của chúng, các giá trị t ... *Giả thiết không* đối với việc tính toán t thường xuyên được coi là b_i=0.

Kiểm định Riêng so với Kiểm định liên kết các Giả thiết . Trong phần 8.4 ta đã thảo luận cách kiểm định ý nghĩa của hệ số hồi quy đơn và trong Phần 8.5 ta đã thảo luận phép kiểm định liên kết hay kiểm định ý nghĩa toàn diện của hồi quy ước lượng (nghĩa là tất cả các hệ số độ dốc đều đồng thời bằng 0). **Chúng tôi lặp lại rằng các kiểm định này khác biệt nhau.** Do đó, trên cơ sở kiểm định t hay là khoảng tin cậy (của Phần 8.4) có thể chấp nhận giả thiết cho rằng hệ số độ dốc cụ thể b_k bằng 0, khi mà bác bỏ giả thiết liên kết rằng tất cả các hệ số độ dốc bằng 0.

> Bài học cần hiểu rõ là " thông điệp" liên kết về các khoảng tin cậy riêng biệt không thay thế được vùng tin cậy liên kết [được ngụ ý bởi kiểm định F] trong việc hình thành các kiểm định giả thiết liên kết và tạo ra các phát biểu tin cậy liên kết[10]

Một mối liên hệ quan trọng giữa R^2 và F

Có mối liên quan gần gũi giữa hệ số xác định R^2 và kiểm định F đã được sử dụng trong phép phân tích phương sai. Giả thiết phân phối chuẩn đối với nhiễu u_i và *giả thiết không* cho rằng $b_2 = b_3 = 0$, ta đã thấy:

$$F = \frac{ESS/2}{RSS/(n-3)} \tag{8.5.8}$$

được phân phối như là phân phối F với 2 và n-3 bậc tự do.

Khái quát hơn, trong trường hợp k biến (bao gồm cả tung độ gốc) nếu ta thừa nhận các nhiễu phân phối chuẩn và *giả thiết không* là

$$H_0 : b_2 = b_3 = ... = b_k = 0 \tag{8.5.9}$$

thì

$$F = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} \tag{8.5.10}$$

tuân theo phân phối F với k-1 và n-k bậc tự do. (Lưu ý: số lượng tổng cộng các thông số cần ước lượng là k, trong đó có một thông số là số hạng tung độ gốc).

Ta hãy biến đổi (8.5.10) như sau:

[10] Fomby et al., op., cit., trang 42

$$\begin{aligned}F &= \frac{n-k}{k-1}\frac{ESS}{RSS}\\ &= \frac{n-k}{k-1}\frac{ESS}{TSS-ESS}\\ &= \frac{n-k}{k-1}\frac{ESS/TSS}{1-(ESS/TSS)}\\ &= \frac{n-k}{k-1}\frac{R^2}{1-R^2}\\ &= \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}\end{aligned} \tag{8.5.11}$$

trong đó sử dụng định nghĩa R^2 = ESS/TSS. Phương trình (8.5.11) cho thấy F và R^2 liên quan như thế nào đối với nhau. Hai đại lượng này biến đổi trực tiếp. Khi $R^2 = 0$, F bằng 0. R^2 càng lớn thì giá trị F càng lớn. Trong giới hạn, khi R^2= 1, F là vô hạn. Vì vậy *kiểm định F là thước đo ý nghĩa toàn diện của hồi quy ước lượng, cũng là kiểm định ý nghĩa của R^2*. Nói cách khác, việc kiểm định *giả thiết không* (8.5.9) là tương đương với việc kiểm định *giả thiết không* cho rằng R^2 (tổng thể) bằng 0.

Với trường hợp ba biến , (8.5.11) trở thành

$$F = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)} \tag{8.5.12}$$

Do tác dụng của mối liên kết gần giữa F và R^2, Bảng ANOVA 8.2 có thể được viết lại như Bảng 8.4.

Đối với ví dụ minh họa của chúng ta, bạn đọc cần kiểm chứng rằng F trong (8.5.12) là 4994, gần bằng với giá trị F trong (8.5.6), khác biệt nhỏ kia là do các sai số làm tròn. Như trước đây, giá trị F có ý nghĩa rất cao và ta có thể bác bỏ *giả thiết không* cho rằng Y không có quan hệ tuyến tính với X_2 và X_3.

Một lợi thế của kiểm định F được biểu diễn qua đại lượng R^2 là nó rất dễ tính toán: tất cả những gì mà người ta cần biết là giá trị R^2. Do đó, kiểm định ý nghĩa toàn diện của F đã cho trong (8.5.7) có thể được viết lại qua số hạng R^2 như đã chỉ trong Bảng 8.4.

BẢNG 8.4

Bảng ANOVA qua số hạng R^2

Nguồn của biến đổi	SS	df	MSS*
Do hồi quy	$R^2(\sum y_i^2)$	2	$R^2(\sum y_i^2)/2$
Do số dư	$(1-R^2)(\sum y_i^2)$	$n-3$	$(1-R^2)(\sum y_i^2)/(n-3)$
	$\sum y_i^2$		
Tổng cộng		n - 1	

*Lưu ý rằng khi tính giá trị F, ta không cần phải nhân R^2 và (1-R^2) với $\sum y_i^2$ bởi vì nó triệt tiêu, như được chỉ ra trong (8.5.12)

Kiểm định Ý nghĩa Toàn diện của Hồi quy Đa biến qua các Số hạng R^2

Quy tắc quyết định. Kiểm định ý nghĩa toàn diện của hồi quy qua các số hạng R^2: là kiểm định thay thế nhưng tương đương với kiểm định trong (8.5.7)

Cho trước mô hình hồi quy *k* biến:

$$Y_i = b_1 + b_2X_{2i} + b_3X_{3i} + \ldots + b_kX_{ki} + u_i$$

Để kiểm định giả thiết

$$H_0 : b_2 = b_3 = \ldots = b_k = 0$$

đối lại với

H_1: không phải tất cả các hệ số độ dốc là đồng thời bằng 0, hãy tính:

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \qquad (8.5.13)$$

Nếu $F > F_{\alpha\,(k-1,n-k)}$, hãy bác bỏ H_0; ngược lại bạn có thể chấp nhận H_0 trong đó $F_{\alpha\,(k-1,n-k)}$ là giá trị tới hạn của *F* tại mức ý nghĩa *a* và (*k*-1) bậc tự do tử số và (*n*-*k*) bậc tự do mẫu số. Một cách khác, nếu giá trị p của *F* được tính từ phương trình (8.5.13) là đủ nhỏ, hãy bác bỏ H_0.

Đóng góp "Gia tăng" hay là Đóng góp "Biên tế" của một Biến giải thích.

Cho phép chúng tôi quay về với ví dụ minh họa. Từ biểu thức (8.2.2), ta đã biết rằng hệ số của X_2 (thu nhập) và X_3 (xu hướng) là khác 0 về ý nghĩa thống kê trên cơ sở các kiểm định *t riêng biệt.* Ta cũng đã thấy rằng, đường hồi quy thu được là tự nó có ý nghĩa trên cơ sở kiểm định *F* đã cho trong (8.5.7) hay là (8.5.13). Bây giờ, giả sử rằng ta giới thiệu X_2 và X_3 *một cách liên tiếp*; nghĩa là, đầu tiên ta hồi quy *Y* trên X_2 và đánh giá ý nghĩa của nó, rồi thêm X_3 vào mô hình để tìm xem liệu nó có đóng góp gì hay không (đương nhiên, thứ tự X_2 và X_3 gia nhập có thể bị đảo ngược). Bằng sự đóng góp, ta muốn biết xem sự bổ sung biến vào mô hình có làm tăng ESS (và do đó tăng R^2) " một cách có ý nghĩa" trong tương quan với RSS hay không. Đóng góp này có thể được gọi một cách thích hợp là **đóng góp gia tăng** hay là **đóng góp biên tế** của biến giải thích.

Đề tài đóng góp gia tăng là một đề tài quan trọng trong thực tiễn. Trong hầu hết các điều tra thực nghiệm, nhà nghiên cứu có thể không hoàn toàn chắc chắn liệu việc đưa thêm biến *X* vào mô hình là có đáng giá hay không khi biết rằng đã có một số biến X khác trong mô hình. Người ta không mong muốn đưa (các) biến mới có đóng góp rất nhỏ vào ESS. Cũng vì vậy, người ta không muốn bác bỏ (các) biến làm tăng ESS một cách đáng kể. Nhưng làm thế nào người ta quyết định được biến *X* có giảm một cách ý nghĩa RSS không? Kỹ thuật phân tích phương sai có thể dễ dàng được mở rộng để trả lời câu hỏi này.

Giả sử rằng, trước tiên ta hồi quy *Y* (chi tiêu tiêu dùng cá nhân) trên X_2 (thu nhập khả dụng cá nhân) và thu được hồi quy sau:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_{12}X_{2i}\\ &= 12.762 + 0.8812X_{2i}\\ &\quad\ (4.6818)\qquad (0.0114)\\ t &= (2.7259)\quad (77.2982)\end{aligned} \qquad r^2 = 0.9978 \qquad (8.5.14)$$

r^2 điều chỉnh = 0.9977

Theo *giả thiết không* $b_{12} = 0$,cho thấy rằng giá trị *t* ước lượng bằng 77.2982 (= 0.8812 / 0.0114) có ý nghĩa rõ ràng về mặt thống kê ở cả mức 5 hay 1 phần trăm. Vì vậy X_2 ảnh hưởng một cách có ý nghĩa lên *Y*. Bảng ANOVA đối với hồi quy (8.5.14) được cho trong Bảng 8.5.

Giả thiết rằng các nhiễu u_i có phân phối chuẩn và *giả thiết không* $b_{12} = 0$ ta biết rằng

$$F = \frac{65898.235}{11.080} = 5947.494 \tag{8.5.15}$$

tuân theo phân phối *F* với 1 và 13 bậc tự do. Giá trị *F* này rõ ràng có ý nghĩa tại mức ý nghĩa thông thường. Vì vậy, như trước đây, ta có thể bác bỏ giả thiết cho rằng $b_{12} = 0$. Nhân đây, lưu ý rằng $t^2 = (77.2982)^2 = 5975.012$, bằng với giá trị *F* của (8.5.15) với sai số làm tròn. Nhưng kết quả này không có gì đáng ngạc nhiên vì, như đã nói ở Chương 5, theo cùng *giả thiết không* và cùng mức ý nghĩa, bình phương của giá trị *t* với *n*-2 bậc tự do bằng với giá trị F với 1 và *n*-2 bậc tự do.

Khi thực hiện hồi quy (8.5.14), chúng ta giả sử rằng ta quyết định thêm X_3 vào mô hình và thu được hồi quy bội (8.2.2). Ta muốn trả lời các câu hỏi sau: (1) Thế nào là đóng góp gia tăng hay là đóng góp biên tế của X_3 biết rằng X_2 đã có trong mô hình và nó có quan hệ một cách ý nghĩa đối với *Y* ? (2) Đóng góp gia tăng có ý nghĩa thống kê không? (3) Tiêu chuẩn nào để thêm các biến vào mô hình? Các câu hỏi này có thể được trả lời bởi kỹ thuật phân tích phương sai. Để thấy rõ điều này, ta hãy xây dựng Bảng 8.6. Đối với ví dụ bằng số của ta, Bảng 8.6 trở thành Bảng 8.7.

BẢNG 8.5

Bảng ANOVA cho hồi quy (8.5.14)

Nguồn biến thiên	SS	df	MSS
ESS (do X_2)	65898.2353	1	65898.2353
RSS	144.0340	13	11.0800
Tổng cộng	66042.2693	14	

BẢNG 8.6

Bảng ANOVA để đánh giá đóng góp gia tăng của các biến

Nguồn biến thiên	SS	df	MSS
ESS chỉ do X_2	$Q_1 = \hat{\beta}_{12}^2 \sum x_2^2$	1	$\frac{Q_1}{1}$
ESS do thêm X_3	$Q_2 = Q_3 - Q_1$	1	$\frac{Q_2}{1}$
ESS do cả X_2 và X_3	$Q_3 = \hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}$	2	$\frac{Q_3}{1}$

RSS	$Q_4 = Q_5 - Q_3$	$n-3$	$\dfrac{Q_4}{n-3}$
Tổng cộng	$Q_5 = \sum y_i^2$	$n-1$	

Để đánh giá đóng góp *gia tăng* của X_3 sau khi thừa nhận đóng góp của X_2, ta đặt:

$$F' = \frac{Q_2/df}{Q_4/df}$$

$$= \frac{(ESS_{mới} - ESS_{cũ})/\text{số các biến hồi quy độc lập mới}}{RSS_{mới}/df\,(= n - \text{số các thông số trong mô hình mới})}$$

$$= \frac{Q_2/1}{Q_4/12} \text{ cho ví dụ của chúng ta} \qquad (8.5.16)$$

trong đó $ESS_{mới}$ = ESS của mô hình mới (nghĩa là sau khi thêm biến hồi quy độc lập mới= Q_3), $ESS_{cũ}$ = ESS của mô hình cũ (= Q_1) và $RSS_{mới}$=RSS của mô hình mới (nghĩa là sau khi lưu ý rằng tất cả các biến hồi quy độc lập = Q_4).

Đối với ví dụ minh họa của ta, ta thu được:

$$F = \frac{66.865/1}{77.1693/12} = 10.3973 \qquad (8.5.17)$$

BẢNG 8.7
Bảng ANOVA cho ví dụ minh họa: Phép phân tích gia tăng.

Nguồn biến thiên	SS	df	WSS
ESS chỉ do X_2	Q_1 = 65898.2353	1	65898.2353
ESS do thêm X_3	Q_2 = 66.8647	1	66.8647
ESS do thêm X_2 và X_3	Q_3 = 65965.1000	2	32982.5500
RSS	Q_4 = 77.1693	12	6.4302
Tổng cộng	Q_5 = 66042.2693	14	

Bây giờ, theo giả thiết thông thường về qui luật chuẩn của u_i, và *giả thiết không* cho rằng $b_3 = 0$, nó có thể cho thấy rằng *F* của biểu thức (8.5.16) tuân theo phân phối *F* với 1 và 12 bậc tự do. Từ bảng *F*, rõ ràng giá trị *F* bằng 10.3973 là có ý nghĩa ngoài mức ý nghĩa 1 %, giá trị p là 0.0073.

Nhân đây, tỷ số *F* của (8.5.16) có thể được viết lại khi ta chỉ sử dụng các giá trị R^2 , như ta đã làm trong (8.5.13). Như bài tập (8.2) đã chỉ rõ, tỷ số *F* của (8.5.16) tương đương với tỷ số *F* sau đây [11]:

$$F = \frac{(R^2_{\text{Mới}}\quad R^2_{\text{cũ}})/df}{(1 - R^2_{\text{mới}})/df}$$

$$= \frac{(F^2_{\text{mới}} - R^2_{\text{cũ}})/\text{ số các biến hồi quy độc lập mới}}{(1 - F^2_{\text{mới}})/df\ \ (= n \text{ - số các thông số trong mô hình mới})} \tag{8.5.18}$$

Tỷ số F này cũng tuân theo phân phối F với df tử số và mẫu số thích hợp, tương ứng là 1 và 12 trong ví dụ trên.

Đối với ví dụ của ta, $R^2_{\text{mới}} = 0.9988$ [từ (8.2.2)] và $R^2_{\text{cũ}} = 0.9978$ [từ (8.5.14)]. Vì vậy:

$$F = \frac{(0.9988 - 0.9978)/1}{(1 - 0.9988)/12} = 10.3978 \tag{8.5.19}$$

cũng gần bằng với giá trị của F của (8.5.17), ngoại trừ đối với sai số do xấp xỉ.

Do đó, dựa trên kiểm định F, ta có thể bác bỏ *giả thiết không* và kết luận rằng việc bổ sung X_3 vào mô hình làm tăng một cách ý nghĩa ESS, và từ đó cả giá trị R^2. Vì vậy biến xu hướng X_3 cần được thêm vào mô hình.

Nhắc lại là trong (8.2.2) ta thu được giá trị t bằng 3.2246 cho hệ số của X_3 theo $H_0 : b_3 = 0$. Bây giờ $t^2 = (3.2246)^2 = 10.3980 =$ giá trị F đã cho trong (8.5.17) với các sai số do làm tròn. Nhưng kết quả này đã được dự báo trước do dạng liên quan gần giữa F và t^2 như đã lưu ý trước đây.

Khi nào thì Thêm Biến Mới. Qui trình kiểm định F vừa được trình bày cung cấp phương pháp chính thức cho quyết định có nên thêm biến vào mô hình hồi quy hay không. Các nhà nghiên cứu thường xuyên phải đối mặt với công tác lựa chọn từ một số mô hình cạnh tranh **liên quan đến biến phụ thuộc giống nhau** nhưng với các biến giải thích khác nhau. Như một vấn đề của sự lựa chọn đặc biệt (do nền tảng lý thuyết của phép phân tích thường rất yếu) các nhà nghiên cứu thường chọn mô hình nào có giá trị R^2 đã hiệu chỉnh cao nhất. Do đó, nếu việc đưa thêm biến mà tăng $\bar{R}^2$ thì nó sẽ được giữ trong mô hình mặc dù nó không làm giảm RSS một cách đáng kể theo cảm nhận thống kê. Khi đó, câu hỏi trở thành: khi nào thì R^2 hiệu chỉnh sẽ tăng? Nó có thể cho thấy rằng $\bar{R}^2$ *sẽ tăng nếu giá trị t của hệ số của biến mới bổ sung có trị tuyệt đối lớn hơn 1,* trong đó giá trị t được tính theo giả thiết cho rằng giá trị tổng thể của hệ số đã nói là 0 (nghĩa là giá trị t tính từ (5.3.2) theo giả thiết cho rằng giá trị $b = 0$)[12]. Tiêu chuẩn trên cũng có thể được phát biểu theo cách khác: $\bar{R}^2$ *sẽ tăng với sự bổ sung của biến giải thích thêm vào nếu giá trị F* $(= t^2)$ *của biến đó vượt quá 1.*

Áp dụng tiêu chuẩn trên, biến xu hướng X_3 của ta với giá trị $t = 3.2246$ hay là giá trị $F = 10.3973$ sẽ làm tăng $\bar{R}^2$, và đúng như vậy, khi X_3 được thêm vào mô hình, $\bar{R}^2$ tăng từ 0.9977 lên 0.9986. Đương nhiên, X_3 trở thành có ý nghĩa thống kê.

[11] Sự tuân theo kiểm định F là trường hợp đặc biệt của kiểm định F khái quát hơn đã cho trong (8.7.9) hay là (8.7.10) trong Phần 8.7.

[12] Để có dẫn chứng, xem Dennis J. Aigner, *Basic Econometrics,* Prentice Hall, Englewood Clifts, New Jersey, 1971,trang 91-92.

Khi nào Thêm Nhóm các Biến. Ta có thể phát triển qui tắc tương tự cho quyết định việc bổ sung (hay là bỏ đi) một nhóm các biến từ mô hình hay không? Câu trả lời đã rõ ràng từ (8.5.18) : *Nếu việc bổ sung (hay bỏ bớt) một nhóm các biến đối với mô hình cho giá trị F lớn (hay nhỏ) hơn 1, R^2 sẽ tăng (hay giảm).* Đương nhiên, từ (8.5.18), người ta có thể dễ dàng tìm ra việc bổ sung (hay bỏ bớt) một nhóm biến có làm tăng (hay giảm) một cách đáng kể năng lực giải thích của mô hình hồi quy hay không.

8.6 KIỂM ĐỊNH SỰ BẰNG NHAU CỦA HAI HỆ SỐ HỒI QUY

Giả sử rằng trong hồi quy đa biến:

$$Y_i = b_1 + b_2X_{2i} + b_3X_{3i} + b_4X_{4i} + u_i \tag{8.6.1}$$

ta muốn kiểm định các giả thiết

$$H_0: b_3 = b_4 \quad \text{hay} \quad (b_3 - b_4) = 0$$

$$H_1: b_3 \neq b_4 \quad \text{hay} \quad (b_3 - b_4) \neq 0 \tag{8.6.2}$$

nghĩa là hai hệ số độ dốc b_3 và b_4 là bằng nhau.

Giả thiết không như vậy rất quan trọng trong thực tế. Ví dụ, xem (8.6.1) đại diện hàm nhu cầu về hàng hóa trong đó Y = số lượng hàng hóa yêu cầu, X_2 = giá hàng hóa, X_3 = thu nhập của người tiêu dùng, và X_4 = của cải của người tiêu dùng. *Giả thiết không* trong trường hợp này là hệ số thu nhập của của cải là như nhau. Hay là, nếu Y_i và các X được biểu thị ở dạng logarit, *giả thiết không* trong (8.6.2) ngụ ý rằng các co giãn về thu nhập và của cải trong tiêu dùng như nhau (Vì sao?)

Làm thế nào để kiểm định *giả thiết không* này? Theo các giả thiết cổ điển, nó có thể cho thấy rằng

$$t = \frac{(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4) - (\beta_3 - \beta_4)}{se(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4)} \tag{8.6.3}$$

tuân theo phân phối t với n-4 bậc tự do vì (8.6.1) là mô hình bốn biến, hay là khái quát hơn, với n-k bậc tự do df, trong đó k là số lượng tổng cộng các thông số ước lượng, bao gồm cả số hạng hằng số.. Đại lượng se($\hat{\beta}_3$ - $\hat{\beta}_4$) được tính từ công thức quen thuộc sau (xem Phụ lục thống kê để biết thêm chi tiết).

$$se(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2\,\text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)} \tag{8.6.4}$$

Nếu ta thế *giả thiết không* và biểu thức đối với se($\hat{\beta}_3$ - $\hat{\beta}_4$) vào (8.6.3) , trị thống kê kiểm định của ta trở thành

$$t = \frac{\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2\,\text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)}} \tag{8.6.5}$$

Bây giờ qui trình kiểm định bao gồm những bước sau:

1. Ước lượng $\hat{\beta}_3$ và $\hat{\beta}_4$. Bất kỳ chương trình vi tính chuẩn nào như SAS, SPSS, hay là SHAZAM đều có thể làm được điều này.
2. Hầu hết các chương tình vi tính chuẩn đều quen tính các phương sai và đồng phương sai của các thông số ước lượng.[13] Từ các ước lượng này, sai số chuẩn trong mẫu số của (8.6.5) có thể tính được dễ dàng.
3. Tìm tỷ số t từ (8.6.5) . Lưu ý *giả thiết không* trong trường hợp này là $(\beta_3 - \beta_4) = 0$.
4. Nếu biến t tính được từ (8.6.5) vượt quá giá trị tới hạn t tại mức ý nghĩa đã đặt đối với bậc tự do df đã cho, thì bạn có thể bác bỏ *giả thiết không*, nếu không, bạn không thể bác bỏ nó. Một cách khác, nếu giá trị p của trị thống kê t từ (8.6.5) là đủ thấp, người ta có thể bác bỏ *giả thiết không*.

Ví dụ 8.2 : Hàm Chi phí Bậc Ba Sửa đổi

Nhắc lại hàm chi phí tổng cộng bậc ba đã tính ở phần 7.11, để thuận tiện được tiến hành lại như sau:

$$\hat{Y}_i = 141.7667 + 63.4777X_i - 12.9615X_i^2 + 0.9396X_i^3$$
$$\text{se} = (6.3753) \quad (4.7786) \quad (0.9857) \quad (0.0591) \qquad (7.11.6)$$
$$\text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4) = -0.0576; R^2 = 0.9983$$

trong đó Y là tổng chi phí, X là sản lượng, các số trong ngoặc đơn là các sai số chuẩn.

Giả sử ta muốn kiểm định giả thiết cho rằng các hệ số của số hạng X^2 và X^3 trong hàm chi phí bậc ba là như nhau, nghĩa là $b_3 = b_4$ hay là $(b_3 - b_4)= 0$. Trong hồi quy (7.11.6) ta có tất cả sản lượng cần thiết để tiến hành kiểm định t từ (8.6.5). Các cơ chế thực tế sẽ như sau:

$$t = \frac{\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2\,\text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)}}$$
$$= \frac{-12.9615 - 0.9396}{\sqrt{(0.9867)^2 + (0.0591)^2 - 2(-0576)}}$$
$$= \frac{-13.9011}{1.0442}$$
$$= -13.3130 \qquad (8.6.6)$$

Bạn đọc có thể kiểm tra rằng với 6 bậc tự do (Vì sao?), giá trị quan sát t vượt quá giá trị tới hạn t thậm chí tại mức ý nghĩa 0.002 (hay là 0.2%) (kiểm định hai phía); giá trị p thì cực nhỏ, là 0.000006. Do đó, ta có thể bác bỏ giả thiết cho rằng các hệ số của X^2 và X^3 trong hàm chi phí bậc ba là đồng nhất.

[13] Dạng biểu thị Đại số cho công thức đồng phương sai ít được nói đến. Chương 9 cung cấp biểu thức gọn về nó, tuy nhiên sử dụng dưới dạng ma trận.

8.7. CÁC BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU CÓ GIỚI HẠN: KIỂM ĐỊNH CÁC GIỚI HẠN ĐẲNG THỨC TUYẾN TÍNH

Có những trường hợp mà lý thuyết Kinh tế có thể gợi ý rằng các hệ số trong mô hình hồi quy thỏa mãn vài giới hạn đẳng thức tuyến tính. Để minh họa, ta xét hàm sản xuất Cobb-Douglas:

$$Y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} e^{u_i} \qquad (7.10.1) = (8.7.1)$$

trong đó Y = sản lượng, X_2 = nhập lượng lao động, X_3 = nhập lượng vốn. Viết dưới dạng logarit, phương trình trở thành:

$$\ln Y_i = b_0 + b_2 \ln X_{2i} + b_3 \ln X_{3i} + u_i \qquad (8.7.2.)$$

trong đó $b_0 = ln b_1$.

Bây giờ, nếu sinh lợi không đổi theo qui mô (thay đổi theo tỷ lệ trong sản lượng đối với thay đổi theo tỷ lệ trong nhập lượng), lý thuyết Kinh tế đã gợi ý rằng:

$$b_2 + b_3 = 1 \qquad (8.7.3)$$

là ví dụ về giới hạn đẳng thức tuyến tính[14].

Làm thế nào người ta có thể biết rằng có sinh lợi không đổi theo qui mô, nghĩa là khi nào thì giới hạn (8.7.3) là đúng? Có hai phương pháp.

Phương pháp kiểm định t

Qui trình đơn giản nhất là ước lượng (8.7.2) bằng cách thông thường, không cần để ý đến giới hạn (8.7.3). Quá trình này có tên gọi là **hồi quy không giới hạn**, hay là **hồi quy không ràng buộc**. Khi có b_2 và b_3 ước lượng (cho là bởi phương pháp bình phương tối thiểu thông thường), kiểm định giả thiết hay giới hạn có thể được thực hiện bởi kiểm định t của (8.6.3), như sau:

$$\begin{aligned} t &= \frac{(\hat\beta_2 + \hat\beta_3) - (\beta_2 + \beta_3)}{se(\hat\beta_2 + \hat\beta_3)} \\ &= \frac{(\hat\beta_2 + \hat\beta_3) - 1}{\sqrt{\operatorname{var}(\hat\beta_2) + \operatorname{var}(\hat\beta_3) + 2\operatorname{cov}(\hat\beta_2 \hat\beta_3)}} \end{aligned} \qquad (8.7.4)$$

trong đó $(b_2+b_3) = 1$ theo *giả thiết không* và trong đó mẫu số là sai số chuẩn của $(\hat\beta_2 + \hat\beta_3)$. Sau đó, theo như phần 8.6, nếu giá trị t tính được từ (8.7.4) vượt quá tới hạn của t tại mức ý nghĩa đã chọn thì ta bác bỏ giả thiết về sinh lợi không đổi theo qui mô; ngược lại, ta không bác bỏ nó được.

Phương pháp kiểm định *F*: Các Bình phương tối thiểu Giới hạn

Kiểm định t ở trên là một kiểu kiểm tra khi sự việc đã rồi vì ta cố tìm xem giới hạn tuyến tính có được thỏa mãn hay không sau khi đã ước lượng hồi quy "không giới hạn". Cách tính trực tiếp có thể kết hợp giới hạn (8.7.3) vào quá trình ước lượng ngay từ đầu. Trong ví dụ hiện thời, quá trình này có thể được thực hiện dễ dàng. Từ (8.7.3) ta thấy rằng:

---

[14] Nếu ta có $b_2 + b_3 < 1$, tương quan này đã có thể là ví dụ về giới hạn bất đẳng thức tuyến tính. Để giữ đúng các giới hạn này, người ta cần sử dụng các kỹ thuật lập trình toán.

$$b_2 = 1 - b_3 \tag{8.7.5}$$

hay là

$$b_3 = 1 - b_2 \tag{8.7.6}$$

Do đó, sử dụng một trong các đẳng thức trên, ta có thể loại trừ một trong các hệ số b trong (8.7.2) và ước lượng phương trình kết quả. Vì vậy, nếu ta sử dụng (8.7.5), ta có thể viết hàm sản xuất Cobb-Douglas như sau:

$$\begin{aligned}\ln Y_i &= b_0 + (1 - b_3)\ln X_{2i} + b_3 \ln X_{3i} + u_i \\ &= b_0 + \ln X_{2i} + b_3(\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i\end{aligned}$$

hay là

$$(\ln Y_i - \ln X_{2i}) = b_0 + b_3(\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i \tag{8.7.7}$$

hay là

$$\ln(Y_i / X_{2i}) = b_0 + b_3 \ln(X_{3i} / X_{2i}) + u_i \tag{8.7.8}$$

trong đó (Y_i / X_{2i}) = tỷ số sản lượng / lao động và (X_{3i} / X_{2i}) = tỷ số vốn /lao động, các đại lượng quan trọng lớn về kinh tế.

Lưu ý: phương trình nguyên thủy (8.7.2) đã được biến đổi như thế nào. Một khi ta ước lượng b_3 từ (8.7.7) hay là (8.7.8), b_2 có thể được ước lượng từ quan hệ (8.7.5). Cũng cần nói thêm, quá trình này sẽ bảo đảm rằng tổng của các hệ số ước lượng của hai nhập lượng sẽ bằng 1. Quá trình này được vạch rõ ở (8.7.7) hay (8.7.8) được biết đến như **các bình phương tối thiểu giới hạn (RLS)**. Quá trình này có thể được khái quát hóa cho các mô hình chứa số lượng bất kỳ các biến giải thích nhiều hơn một giới hạn đẳng thức tuyến tính. Sự khái quát này có thể tìm thấy ở Theil[15] . (*X*em kiểm định F khái quát ở dưới đây).

Ta có thể so sánh các hồi quy bình phương tối thiểu giới hạn và không giới hạn như thế nào? Nói cách khác, ta làm sao để biết rằng, ví dụ như, giới hạn (8.7.3) là đúng? Câu hỏi này có thể được kiểm định bằng cách áp dụng kiểm định F như sau. Ta xem:

$\sum \hat{u}_{UR}^2$ = RSS của hồi quy không giới hạn (8.7.2)
$\sum \hat{u}_R^2$ = RSS của hồi quy giới hạn (8.7.7)
m = số lượng các giới hạn tuyến tính (là 1 trong ví dụ đang xét)
k = số lượng các thông số trong hồi quy không giới hạn
n = số lượng các quan sát.

Thì,

$$\begin{aligned}F &= \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/m}{RSS_{UR}/(n-k)} \\ &= \frac{(\sum \hat{u}_R^2 - \sum \hat{u}_{UR}^2)/m}{\sum \hat{u}_{UR}^2/(n-k)}\end{aligned} \tag{8.7.9}$$

tuân theo phân phối F với *m*, (*n-k*) bậc tự do (Lưu ý UR và *R* đại diện tương ứng cho không giới

[15] Henry Theil, *Principles of Econometrics,* (Nguyên lý của kinh tế lượng) John Wiley & Sons, New york, 1971, trang 43 - 45

hạn và giới hạn).

Kiểm định F trên đây cũng có thể biểu thị theo R^2 như sau:

$$F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/m}{(1-R_{UR}^2)/(n-k)} \tag{8.7.10}$$

trong đó R_{UR}^2 và R_R^2 tương ứng là các giá trị R^2 thu được từ các hồi quy không giới hạn và có giới hạn, nghĩa là từ các hồi quy (8.7.2) và (8.7.7). Cần lưu ý rằng:

$$R_{UR}^2 \geq R_R^2 \tag{8.7.11}$$

và

$$\sum \hat{u}_{UR}^2 \leq \sum \hat{u}_R^2 \tag{8.7.12}$$

Trong bài tập 8.4 bạn sẽ được được yêu cầu đánh giá phát biểu này.

Lưu ý đặc biệt: Khi sử dụng (8.7.10), ta nhớ rằng nếu biến phụ thuộc trong các mô hình giới hạn và không giới hạn là không giống nhau, R_{UR}^2 và R_R^2 không thể so sánh trực tiếp được. Trong trường hợp đó, hãy sử dụng qui trình mô tả ở Chương 7 để trả lại khả năng so sánh cho hai giá trị R^2 (Xem ví dụ 8.3 dưới đây).

Cũng cần được bổ sung rằng ta đã được lưu ý để đừng quá nhấn mạnh R^2; cách sử dụng nó trong (8.7.10) chỉ là cho tiện lợi trong trường hợp các giá trị RSS không có sẵn .

Ví dụ 8.3: Hàm sản xuất Cobb-Douglas Đối với Khu vực Nông nghiệp Đài loan cho những năm 1958 – 1972

Bằng cách minh họa cho những điều thảo luận ở trên, cho phép chúng tôi tham khảo dữ liệu trong Bảng 7.3 và hàm sản xuất kết quả Cobb-Douglas đã cho trong (7.10.4). Đây là hồi quy không giới hạn vì không có giới hạn nào được ấn định cho các thông số. Bây giờ giả sử rằng ta muốn đặt giới hạn $b_2 + b_3 = 1$, nghĩa là sinh lợi không đổi theo qui mô trong khu vực Nông nghiệp Đài loan, cho chu kỳ thời gian đã nêu. Khi đặt giới hạn này, ta ước lượng hồi quy (8.7.8), ta có kết quả sau:

$$\begin{aligned} \widehat{\ln(Y_i/X_{2i})} &= 1.7086 \quad + \quad 0.61298 \ln(X_{3i}/X_{2i}) \\ &\quad (0.4159) \qquad (0.0933) \\ R^2 &= 0.7685 \\ \bar{R}^2 &= 0.7507 \end{aligned} \tag{8.7.13}$$

trong đó các số trong ngoặc đơn là các sai số chuẩn ước lượng.

Lưu ý: Các giá trị R^2 của hồi quy không giới hạn (7.10.4) và (8.7.13) không thể so sánh trực tiếp được vì biến phụ thuộc trong hai mô hình không giống nhau. Bằng cách sử dụng phương pháp so sánh 2 giá trị R^2 đã thảo luận trong phần 7.6, ta thu được giá trị R^2 là 0.8489 cho mô hình (8.7.13), bây giờ nó đã có thể được so sánh với giá trị R^2 là 0.8890 của hồi quy không giới hạn (7.10.4).

Từ hồi quy không giới hạn (7.10.4), ta thu được R_{UR}^2 không giới hạn có giá trị là 0.8890 trong khi hồi quy giới hạn (8.7.13) cho R_R^2 giới hạn là 0.8489. Do đó, ta sử dụng được kiểm định F trong (8.7.10) để kiểm định tính hiệu lực của giả thiết về sinh lợi không đổi theo qui mô đã áp đặt lên hàm sản xuất.

$$F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/m}{(1-R_{UR}^2)/(n-k)} = \frac{(0.8890 - 0.8489)/1}{(1-0.8890)/12} = \frac{0.0401}{0.0092} = 4.3587 \qquad (8.7.14)$$

có phân phối F tương ứng với 1 và 12 bậc tự do. Từ bảng F ta thấy rằng $F_{0.05}(1,12) = 4.75$ nhưng $F_{0.10}(1,12) = 3.18$. Nghĩa là giá trị F quan sát 4.3587 không có ý nghĩa tại mức 5 % nhưng có ý nghĩa tại mức 10%. Nếu ta quyết định giữ mức ý nghĩa 5%, thì giá trị F quan sát không có ý nghĩa, điều đó ngụ ý rằng ta có thể chấp nhận giả thiết sinh lợi không đổi theo qui mô trong vùng Nông nghiệp Đài loan cho thời kỳ 1958 – 1972; giá trị sinh lợi theo qui mô được quan sát là 1.9887 đã thấy trong hồi quy (7.10.4) không khác biệt so với 1về *thống kê*. Ví dụ này minh họa vì sao điều thiết yếu là người ta cần xem xét kiểm định chính thống đối với các giả thiết và không chỉ dựa vào các hệ số ước lượng. Ví dụ này cũng nhắc ta rằng ta nên xác định mức ý nghĩa trước khi thực sự kiểm định giả thiết thống kê và không chọn nó sau khi hồi quy đã được ước lượng. Như đã lưu ý trong một số trường hợp, tốt hơn là ta nên định giá trị p từ thống kê ước lượng, trong ví dụ này đại lượng đó là 0.0588. Vì vậy giá trị F quan sát 4.3587 là có ý nghĩa tại mức xấp xỉ 0.06.

Nhân đây, hãy thấy rằng hệ số độ dốc ước lượng 0.61298 là $\hat{\beta}_3$ và do đó, từ phương trình (8.7.5), ta có thể tính dễ dàng giá trị $\hat{\beta}_2$ 1à 0.38702. Như đã lưu ý, tổng của hệ số này được bảo đảm bằng 1.

Kiểm định F Khái quát.[16]

Kiểm định F đã cho trong (8.7.10) hay là phép tương đương với nó trong (8.7.9) cung cấp phương pháp chung để kiểm định giả thiết về một hay nhiều thông số của mô hình hồi quy *k* biến

$$Y_i = b_1 + b_2X_{2i} + b_3X_{3i} + ... + b_kX_{ki} + u_i \qquad (8.7.15)$$

Kiểm định F của (8.5.16) hay kiểm định t của (8.6.3) cũng là cách áp dụng chi tiết của (8.7.10). Vì vậy, các giả thiết như là:

$$H_0: b_2 = b_3 \qquad (8.7.16)$$

$$H_0: b_3 + b_4 + b_5 = 3 \qquad (8.7.17)$$

liên quan đến một vài giới hạn tuyến tính theo các thông số của mô hình *k* biến, hay các giả thiết như là

$$H_0 : b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0 \qquad (8.7.18)$$

ngụ ý rằng vài biến hồi quy độc lập sẽ không có trong mô hình, tất cả có thể được kiểm định bởi kiểm định F của biểu thức (8.7.10).

Từ các nội dung thảo luận trong Phần 8.5 và 8.7, bạn đọc hãy lưu ý rằng chiến lược chung của kiểm định F như sau: có một mô hình lớn hơn, *một mô hình không ràng buộc*

[16] Nếu người ta sử dụng phương pháp thích hợp tối đa đối với các ước lượng, thì kiểm định tương tự với nó đã thảo luận tóm tắt là **kiểm định tỷ tỷ lệ thích hợp**, nó chỉ được nhắc sơ qua và do đó, đã được thảo luận trong Phụ lục của Chương. Để biết thêm xin xem Theil,op. cit., trang 179 – 184.

(8.7.15), thì cũng có một mô hình nhỏ hơn, *mô hình giới hạn hay là mô hình ràng buộc*, được tính từ mô hình lớn hơn bằng cách triệt tiêu một vài biến trong đó, ví dụ, (8.7.18), hay là bằng cách đặt vài giới hạn tuyến tính lên một hay nhiều hơn các hệ số của mô hình lớn hơn, ví dụ, (8.7.16) hay (8.7.17).

Sau đó. ta làm cho các mô hình ràng buộc và không ràng buộc thích hợp với dữ liệu và thu được các hệ số xác định tương ứng, gọi là R^2_{UR} và R^2_R .Ta lưu ý : bậc tự do trong mô hình không ràng buộc (= *n-k*) và cũng lưu ý bậc tự do trong mô hình ràng buộc (= *m*), *m* là số lượng giới hạn tuyến tính [ví dụ, là 1 trong (8.7.6) hay (8.7.18)], hay là số lượng các biến hồi quy độc lập đã bị bỏ đi từ mô hình [ví dụ, *m* = 4 nếu (8.7.18) là đúng,vì 4 biến hồi quy độc lập đã được giả thiết là không có trong mô hình]. Sau đó, ta tính tỷ số F như đã chỉ trong (8.7.10) và sử dụng *Qui tắc Quyết định này: Nếu* F *tính được vượt quá* F_α *(m, n-k), trong đó* F_α *(m, n-k) là* F *tới hạn tại mức ý nghĩa a, ta bác bỏ giả thiết không , ngược lại, ta không bác bỏ nó .*

Ta hãy minh họa:

Ví dụ 8.4: Nhu cầu về Gà ở Mỹ, năm 1960 – 1982. Trong bài tập 7.2.3, trong số các vấn đề khác, bạn đã được yêu cầu xem xét hàm nhu cầu sau đây về gà:

$$\ln Y_t = b_1 + b_2 \ln X_{2t} + b_3 \ln X_{3t} + b_4 \ln X_{4t} + b_5 \ln X_{5t} + u_i \qquad (8.7.19)$$

trong đó Y = mức sử dụng gà bình quân cho mỗi người, đơn vị cân Anh, X_2 = thu nhập thực tế khả dụng bình quân cho mỗi ngươi, tính bằng \$, X_3 = giá bán lẻ thực tế 1 cân Anh gà, tính bằng xu, X_4 = giá bán lẻ thực tế 1 cân Anh thịt heo, tính bằng xu, và X_5 = giá bán lẻ thực tế 1 cân Anh thịt bò, tính bằng xu.

Trong mô hình này, b_2 , b_3, b_4 và b_5 tương ứng là các hệ số co giãn thu nhập, giá thịt gà, giá chéo (thịt heo), và giá chéo (thịt bò). (Vì sao?). Theo lý thuyết Kinh tế,

$$\begin{array}{lll}
b_2 > 0 & & \\
b_3 < 0 & & \\
b_4 > 0, & \text{nếu gà và heo là các sản phẩm cạnh tranh} & \\
\quad < 0, & \text{nếu gà và heo là các sản phẩm bổ trợ} & \\
\quad = 0, & \text{nếu gà và heo là các sản phẩm không liên quan} & (8.7.20) \\
b_5 > 0, & \text{nếu gà và bò là các sản phẩm cạnh tranh} & \\
\quad < 0, & \text{nếu gà và bò là các sản phẩm bổ trợ} & \\
\quad = 0, & \text{nếu gà và bò là các sản phẩm không liên quan} &
\end{array}$$

Giả sử rằng có ai đó cho rằng gà, bò, heo là các sản phẩm không liên quan, vì họ cảm thấy mức tiêu thụ gà không bị ảnh hưởng bởi giá thịt bò và heo. Ngắn gọn hơn,

$$H_0 : b_4 = b_5 = 0 \qquad (8.7.21)$$

Do đó hồi quy ràng buộc trở thành:

$$\ln Y_t = b_1 + b_2 \ln X_{2t} + b_3 \ln X_{3t} + u_i \qquad (8.7.22)$$

Đương nhiên phương trình (8.7.19) là hồi quy không ràng buộc.
Sử dụng dữ liệu đã cho trong bài tập 7.23, ta thu được như sau:

Hồi quy không ràng buộc

$$\widehat{\ln Y_t} = \underset{(0.1557)}{2.1898} + \underset{(0.0883)}{0.3425} \ln X_{2t} - \underset{(0.1109)}{0.5046} \ln X_{3t} + \underset{(0.0997)}{0.1485} \ln X_{4t} + \underset{(0.1007)}{0.0911} \ln X_{5t}$$

$$R_{UR}^2 = 0.9823 \qquad (8.7.23)$$

Hồi quy ràng buộc

$$\widehat{\ln Y_t} = 2.0328 + 0.4515 \ln X_{2t} - 0.3772 \ln X_{3t} \qquad (8.7.24)$$
$$(0.1162) \quad (0.0247) \qquad (0.0635)$$

$$R_R^2 = 0.9801$$

trong đó các số trong ngoặc đơn là các sai số chuẩn ước lượng. *Lưu ý*: các giá trị R^2 của (8.7.23) và (8.7.24) có thể so sánh được vì biến phụ thuộc trong hai mô hình này giống nhau.

Bây giờ tỷ số F để kiểm định giả thiết (8.7.1) là:

$$F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/m}{(1 - R_{UR}^2)/(n-k)} \qquad (8.7.10)$$

Giá trị m trong trường hợp này là 2, vì có hai giới hạn liên quan : $b_4 = 0$ và $b_5 = 0$. Bậc tự do mẫu số, (n-k) là 18, vì n= 23, k = 5 (5 hệ số b).

Do đó tỷ số F là

$$F = \frac{(0.9823 - 0.9801)/2}{(1 - 0.9823)/18}$$
$$= 1.1224 \qquad (8.7.25)$$

có phân phối F với 2 và 18 bậc tự do.

Tại mức 5%, rõ ràng giá trị F này không có ý nghĩa thống kê [$F_{0.5}(2,18) = 3.55$]. Giá trị p là 0.3472. Do đó, không có lý do để bác bỏ *giả thiết không* – nhu cầu về gà không phụ thuộc vào giá thịt heo và bò. Ngắn gọn hơn, ta có thể chấp nhận hồi quy ràng buộc (8.7.24) như đại diện cho hàm nhu cầu đối với gà.

Lưu ý rằng hàm nhu cầu thỏa mãn các kỳ vọng kinh tế tiên nghiệm, mà trong đó độ co giãn của giá thịt gà là âm và co giãn về thu nhập là dương. Tuy nhiên độ co giãn giá ước lượng, tính theo giá trị tuyệt đối, nhỏ hơn 1 về mặt thống kê, ngụ ý rằng nhu cầu về gà là không co giãn theo giá (Vì sao?). Cũng vậy, mặc dù có giá trị dương, co giãn theo thu nhập cũng nhỏ hơn 1 về mặt thống kê, nó gợi ý rằng gà không phải là hàng hóa cao cấp; theo qui ước, hàng hóa được coi là cao cấp nếu độ co giãn theo thu nhập của chúng lớn hơn 1.

8.8. SO SÁNH HAI HỒI QUI: KIỂM ĐỊNH ĐỘ ỔN ĐỊNH CẤU TRÚC CỦA CÁC MÔ HÌNH HỒI QUY

Bảng 8.8 cho dữ liệu về mức tiết kiệm cá nhân và thu nhập cá nhân ở Vương quốc Anh trong thời kỳ 1946 – 1963.

Giả sử rằng ta muốn tìm xem mức tiết kiệm cá nhân sẽ biến đổi như thế nào trong tương quan với thu nhập cá nhân, nghĩa là ta muốn ước lượng *hàm tiết kiệm*. Nhìn thoáng qua, dữ liệu đã cho trong Bảng 8.8 chỉ rõ đường biến đổi của mức tiết kiệm cá nhân trong tương quan với thu nhập ở thời kỳ 1946 – 1954, thời kỳ ngay sau Chiến tranh Thế giới II (gọi là thời kỳ Tái thiết), hình như khác với thời kỳ 1955 – 1963 (gọi là thời kỳ Hậu Tái thiết). Để biểu diễn nó bằng cách khác, hàm tiết kiệm đã trải qua *sự thay đổi cấu trúc* giữa 2 thời kỳ, nghĩa là các thông số của hàm tiết kiệm đã thay đổi.

BẢNG 8.8
Dữ liệu mức tiết kiệm và thu nhập, Vương quốc Anh, 1946 – 1963 (triệu bảng Anh)

Thời kỳ I:1946-1954	Tiết kiệm	Thu nhập	Thời kỳ II:1955-1963	Tiết kiệm	Thu nhập
1946	0.36	8.8	1955	0.59	15.5
1947	0.21	9.4	1956	0.90	16.7
1948	0.08	10.0	1957	0.95	17.7
1949	0.20	10.6	1958	0.82	18.6
1950	0.10	11.0	1959	1.04	19.7
1951	0.12	11.9	1960	1.53	21.1
1952	0.41	12.7	1961	1.94	22.8
1953	0.50	13.5	1962	1.75	23.9
1954	0.43	14.3	1963	1.99	25.2

Nguồn: Văn phòng Thống kê Trung ương, Vương quốc Anh.

Để thấy được sự thay đổi này có thực tế hay không, ta hãy giả sử rằng các hàm tiết kiệm cho hai kỳ có dạng như sau :

Thời kỳ Tái thiết : $$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 x_t + u_{1t} \qquad t = 1, 2,..., n_1 \tag{8.8.1}$$

Thời kỳ Hậu Tái thiết $$Y_t = b_1 + b_2 x_t + u_{2t} \qquad t = 1, 2,..., n_2 \tag{8.8.2}$$

trong đó Y là tiết kiệm cá nhân, X là thu nhập cá nhân , các u là các số hạng nhiễu trong hai phương trình, và n_1 và n_2 là số lượng các quan sát trong hai thời kỳ. Lưu ý rằng các số lượng các quan sát trong hai thời kỳ có thể giống nhau hoặc khác nhau.

Bây giờ sự thay đổi có thể có nghĩa là hai tung độ gốc khác nhau, hay là hai hệ số độ dốc khác nhau, hay là cả tung độ gốc và hệ số độ dốc đều khác nhau, hay là sự kết hợp của các thông số. Đương nhiên, nếu không có thay đổi cấu trúc (nghĩa là tính ổn định cấu trúc), ta có thể kết hợp tất cả n_1 và n_2 quan sát và tìm ngay hàm tiêt kiệm như là:

$$Y_t = \lambda_1 + \lambda_2 X_t + u_t \tag{8.8.3}$$

Ta làm thế nào để xác định có thay đổi cấu trúc trong mối tương quan tiết kiệm – thu nhập giữa hai thời kỳ hay không? Kiểm định thường được sử dụng phổ biến để trả lời câu hỏi này được biết như là **kiểm định Chow**, mang tên Gregory Chow[17], mặc dù nó chỉ đơn giản là kiểm định F đã thảo luận trước đây.

Các giả thiết nền tảng của kiểm định Chow là hai mặt:

$$(a)\ u_{1t} \sim N(0,\sigma^2) \text{ và } u_{2t} \sim N(0,\sigma^2)$$

nghĩa là hai số hạng sai số đều phân phối chuẩn với phương sai σ^2 giống nhau (phương sai có

[17] Gregory C. Chow, " Tests of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions,". *Econometrica*, (Kiểm định sự bằng nhau giữa các tập hệ số trong hai hồi quy tuyến tính, Kinh tế lượng), Bản 28, số 3, 1960, trang 591 – 605.

điều kiện không đổi), và

(b) u_{1t} và u_{2t} được phân phối độc lập .[18]

Với các giả thiết này, kiểm định Chow tiến hành như sau:

Bước I: Kết hợp tất cả n_1 và n_2 quan sát, ta ước lượng (8.8.3) và tìm được tổng bình phương của các phần dư của nó (RSS), gọi là S_1 với bậc tự do df = (n_1+n_2-k), trong đó k là số các thông số ước lượng, trong trường hợp này là 2.

Bước II: Ước lượng (8.8.1) và (8.8.2) riêng biệt và tìm RSS của chúng, gọi là S_2, S_3 với bậc tự do df = (n_1-k) và (n_2-k) tương ứng. Cộng hai đại lượng RSS này, gọi là $S_4 = S_2 + S_3$ với bậc tự do df= (n_1+n_2-2k)

Bước III: Tìm $S_5 = S_1 - S_4$

Bước IV: Cho các giả thiết của kiểm định Chow, nó có thể cho thấy rằng

$$F = \frac{S_5 / k}{S_4 / (n_1 + n_2 - 2k)} \tag{8.8.4}$$

tuân theo phân phối F với bậc tự do df = $(k,\ n_1+n_2-2k)$. Nếu F tính được từ (8.8.4) vượt quá giá trị F tới hạn tại mức ý nghĩa α đã chọn, ta bác bỏ giả thiết rằng các hồi quy (8.8.1) và (8.8.2) là giống nhau, nghĩa là, ta bác bỏ giả thiết về ổn định cấu trúc. Một cách khác, nếu giá trị p của F tính từ (8.4.8) có giá trị nhỏ, ta bác bỏ *giả thiết không* về ổn định cấu trúc.

Quay về ví dụ của ta, kết quả sẽ như sau: Lưu ý rằng, trong ví dụ của ta $n_1 = n_2 = 9$.

Bước I:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= -1.0821 + 0.1178\,X_t \\ &\quad\ (0.1452) \quad (0.0088) \\ t &= (-7.4548) \quad (13.4316) \qquad r^2 = 0.9185 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad S_1 = 0.5722 \quad \text{df} = 16 \end{aligned} \tag{8.8.5}$$

Bước II: Thời kỳ tái thiết 1946-1954

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= -0.2622 + 0.0470\,X_t \\ &\quad\ (0.3054) \quad (0.0266) \\ t &= (-0.8719) \quad (1.7700) \qquad r^2 = 0.3092 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad S_2 = 0.1396;\ \text{df} = 7 \end{aligned} \tag{8.8.6}$$

Thời kỳ hậu tái thiết 1955-1963

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= -1.7502 + 0.1504\,X_t \\ &\quad\ (0.3576) \quad (0.0175) \\ t &= (-4.8948) \quad (8.5749) \qquad r^2 = 0.9131 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad S_3 = 0.1931;\ \text{df} = 7 \end{aligned} \tag{8.8.7}$$

Bước III:

[18] Trong Chương 11, về phương sai có điều kiện không đổi, ta sẽ chỉ ra làm cách nào người ta biết hai (hay nhiều hơn) phương sai có giống nhau hay không. Kiểm định Chow đã được biến đổi để chú ý đến phương sai của sai số thay đổi. Xem W.A. Jayatissa, "Tests of Equality between Sets of Coefficents in Two Linear Regressions When Disturbance Variances Are Unequal", *Econometica*, (Kiểm định sự bằng nhau giữa các tập hệ số trong hai hồi quy tuyến tính khi phương sai của nhiễu không bằng nhau, Kinh tế lượng) Tập 45, 1977, trang 1291-1292.

$$S_4 = (S_2 + S_3) = 0.3327$$
$$S_5 = (S_1 - S_4) = 0.2395$$

Bước IV:

$$F = \frac{0.2395/2}{0.3327/14} = 5.04$$

Nếu a cố định tại mức 5 %, giá trị tới hạn $F_{2,14} = 3.74$. Và vì giá trị F ước lượng 5.04 vượt quá giá trị tới hạn này, ta có thể bác bỏ giả thiết rằng hàm tiết kiệm trong hai thời kỳ trên là như nhau. Rõ hơn, **giá trị *p*** của F quan sát là 0.0224.

Nếu ta chấp nhận kết luận cho rằng các hàm tiết kiệm trong hai thời kỳ là khác nhau, thì sự khác biệt là do khác biệt trong các giá trị tung độ gốc hay là các giá trị hệ số độ dốc, hay là cả hai? Tuy kiểm định Chow có thể được lựa chọn để trả lời các câu hỏi này, ở Chương về các biến giả (xem Chương 15) ta sẽ trình bày một cách khác so với kiểm định Chow, mà có thể trả lời cho các câu hỏi một cách dễ dàng hơn.

* 8.9 KIỂM ĐỊNH DẠNG HÀM HỒI QUY: SỰ LỰA CHỌN GIỮA CÁC MÔ HÌNH HỒI QUY TUYẾN TÍNH VÀ TUYẾN TÍNH LÔGARIT

Sự lựa chọn giữa mô hình hồi quy tuyến tính (biến hồi quy phụ thuộc là hàm tuyến tính của biến hồi quy độc lập) hay là mô hình hồi quy tuyến tính lôgarit (lôgarit của biến hồi quy phụ thuộc là hàm của các lôgarit của biến hồi quy độc lập) là câu hỏi muôn thuở trong phép phân tích thực nghiệm. Ta có thể sử dụng kiểm định do Mackinnon, White và Davidson đề nghị, cách kiểm định này gọi gọn là **phép kiểm định MWD** để lựa chọn giữa 2 mô hình[19].

Để minh họa phép kiểm định này, giả thiết như sau:

H_0: *Mô hình tuyến tính :* Y là hàm tuyến tính của các biến hồi quy độc lập, các X.
H_1: *Mô hình tuyến tính lôgarit*: ln Y là hàm tuyến tính của các lôgarit của các biến hồi quy độc lập, các lôgarit của các biến X.

trong đó, như thường lệ, H_0 và H_1 biểu diễn các *giả thiết không* và giả thiết thay thế.

Phép thử MWD bao gồm các bước sau[20]:

Bước I: Ước lượng mô hình tuyến tính và tính các giá trị Y ước lượng. Gọi chúng là Yf (nghĩa là $\hat{Y}$).
Bước II: Ước lượng mô hình lôgarit tuyến tính và tìm các giá trị ln$Y$; gọi chúng là ln$f$ (nghĩa là, $\widehat{\ln Y}$).
Bước III: Tính $Z_1 = (\ln Yf - \ln f)$.

* Tự chọn.
[19] J. Mackinnon, H. White, và R. Davidson. "Tests for Model Specification in the Presence of Alternative Hypothesis; Some Further Results".(Các kiểm định đặc trưng mô hình trong sự hiện diện của các giả thiết thay thế; Một vài kết quả khác, Tạp chí kinh tế lượng) *Journal of Econometrics* ,tập 21, 1983, trang 53 – 70. Một phép thử tương tự được đưa ra bởi A. K. Bera và C. M. Jarque "Model Specification Tests: A Simultaneous Approach." (Các kiểm định đặc trưng mô hình: Mốt phương pháp đồng thời). *Journal of Econometrics*, tập 20, 1982, trang 245 – 246.
[20] Nội dung này dựa trên William H. Greene, ET: *Econometrics toolkit Version 3,* phần mềm Kinh tế lượng, Belport, New York, 1992, trang 245 – 246.

Bước IV: Hồi quy Y theo các X và Z_1 tính được từ bước III. Bác bỏ H_0 nếu hệ số của Z_1 có ý nghĩa thống kê bởi kiểm định t thông thường.
Bước V: Tính Z_2 = (đối logarit của ln$f$ - Yf).
Bước VI: Hồi quy lôgarit của Y theo các lôgarit của các X và Z_2. Bác bỏ H_1 nếu hệ số của Z_2 có ý nghĩa thống kê bởi kiểm định t thông thường.

Mặc dù kiểm định MWD có vẻ rắc rối, lôgíc của nó rất đơn giản. Nếu mô hình tuyến tính trong thực tế là mô hình đúng, biến Z_1 được xây dựng có thể không cần có ý nghĩa thống kê trong bước IV, vì trong trường hợp đó các giá trị Y ước lượng từ mô hình tuyến tính và các giá trị đó ước lượng từ mô hình tuyến tính lôgarit (sau khi đã lấy các giá trị đối lôgarit để so sánh) có thể không khác biệt nhau. Các biện luận như vậy cũng ứng dụng đối với giả thiết thay thế H_1.

Ví dụ 8.5: Nhu cầu về hoa hồng

Hãy tham khảo ví dụ 7.20 trong đó chúng tôi giới thiệu dữ liệu về nhu cầu hoa hồng ở vùng thị tứ Detroit trong thời kỳ quí II năm 1971 – quí II năm 1975. Với mục đích minh họa, ta sẽ xem xét nhu cầu hoa hồng như là một hàm chỉ của giá hoa hồng và giá cẩm chướng, và bỏ qua biến thu nhập đối với thời gian. Bây giờ ta hãy xét các mô hình sau đây:

Mô hình tuyến tính : $$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2t} + \alpha_3 X_{3t} + u_t \qquad (8.9.1)$$
Mô hình tuyến tính lôgarit: $$\ln Y_t = b_1 + b_2 \ln X_{2t} + b_3 \ln X_{3t} + u_t \qquad (8.9.2)$$

trong đó Y là số lượng hoa hồng theo đơn vị tá, X_2 là giá sỉ trung bình của hoa hồng ($/ tá) X_3 là giá sỉ trung bình của cẩm chướng ($ / tá). Một tiên nghiệm, α_2 *và* b_2 được kỳ vọng là có dấu âm.(Vì sao?), và α_3 và b_3 là dấu dương (Vì sao?). Như ta đã biết, các hệ số độ dốc trong các mô hình tuyến tính lôgarit là các hệ số của độ co giãn.

Các kết quả hồi quy là như sau:

$$\hat{Y}_t = 0.9734.2176 - 3782.1956X_{2t} + 2815.2515 \ln X_{3t}$$
$$t = (3.3705) \quad (-6.6069) \quad (2.9712) \qquad (8.9.3)$$
$$F = 21.84; \qquad R^2 = 0.77096$$

$$\widehat{\ln Y_t} = 9.2278 - 1.7607 \ln X_{2t} + 1.3398 X_{3t}$$
$$t = (16.2349) \quad (-5.9044) \quad (2.5407) \qquad (8.9.4)$$
$$F = 17.50; \quad R^2 = 0.7292$$

Như các kết quả này cho thấy, cả hai mô hình tuyến tính và tuyến tính lôgarit có vẻ hòa hợp tốt với dữ liệu: các thông số có dấu kỳ vọng và các giá trị t và R^2 có ý nghĩa thống kê.

Dựa trên kiểm định **MWD**, để lựa chọn giữa hai mô hình, đầu tiên ta kiểm định giả thiết rằng mô hình thực là tuyến tính. Sau đó, làm theo bước IV của kiểm định, thu được các hồi quy sau:

$$\hat{Y}_t = 9727.5685 - 3783.0623 X_{2t} + 2817.7157 X_{3t} + 85.1239 Z_{1t} \qquad (8.9.5)$$
$$t = (3.2178) \quad (-6.3337) \quad (2.8366) \quad (0.0207)$$
$$F = 13.44; \qquad R^2 = 0.7707$$

Vì hệ số của Z_1 không có ý nghĩa thống kê, (giá trị p của t ước lượng là 0.98) ta không thể bác bỏ giả thiết rằng mô hình thực là tuyến tính.

Giả sử ta chuyển đổi cơ cấu, và cho rằng mô hình thực là tuyến tính lôgarit. Làm theo bước VI của kiểm định MWD, ta thu được các kết quả hồi quy sau:

$$\widehat{\ln Y_t} = 9.1486 - 1.9699 \ln X_t + 1.5891 \ln X_{2t} - 0.0013 Z_{2t}$$
$$t = (17.0825) \quad (-6.4189) \quad (3.0728) \quad (-1.6612) \tag{8.9.6}$$
$$F = 14.17; \quad R^2 = 0.7798$$

Hệ số của Z_2 có ý nghĩa thống kê tại mức khoảng 12% (giá trị p là 0.1225) . Vì vậy, ta có thể bác bỏ giả thiết cho rằng mô hình thực là tuyến tính lôgarit tại mức ý nghĩa này. Đương nhiên, nếu người ta định vị vào mức ý nghĩa qui ước 1 hay 5% thì người ta không thể bác bỏ giả thiết cho rằng mô hình thực là tuyến tính lôgarit. Như ví dụ này, trong một tình huống đã cho, hoàn toàn có khả năng chúng ta không thể bác bỏ bất cứ chi tiết nào.

8.10. DỰ BÁO VỚI HỒI QUY ĐA BIẾN

Ở Phần 5.10, chúng tôi đã trình bày, một mô hình hồi quy hai biến ước lượng có thể được sử dụng như thế nào đối với (*a*) dự báo trung bình, nghĩa là dự báo một điểm dựa trên hàm hồi quy tổng thể (PRF) cũng như (*b*) dự báo riêng biệt, nghĩa là dự báo giá trị riêng biệt của *Y*, khi cho trước giá trị của biến hồi quy độc lập $X = X_0$,trong đó, X_0 là giá trị bằng số đã xác định của *X*.

Hồi quy đa biến ước lượng cũng có thể được sử dụng cho các mục đích tương tự và qui trình thực hiện là một sự mở rộng không khó khăn của trường hợp hai biến, ngoại trừ các công thức ước lượng phương sai và sai số chuẩn của các giá trị dự báo [có thể so sánh với (5.10.2) và (5.10.6) của mô hình hai biến] thỉnh thoảng được đề cập và làm tốt hơn bằng phương pháp ma trận đã thảo luận ở Chương 9 (xem Phần 9.9).

Để minh họa các cơ chế dự báo trung bình và riêng biệt, ta hãy nhắc lại hồi quy chi tiêu tiêu dùng cá nhân ước lượng trước đây đối với Hoa kỳ cho giai đoạn 1956 – 1970.

$$\hat{Y}_i = 53.1603 + 0.7266 X_{2i} + 2.7363 X_{3i}$$
$$(13.0261) \quad (0.0487) \quad (0.8486) \tag{8.10.1}$$
$$R^2 = 0.9988 \qquad = (8.2.2)$$

trong đó Y = chi tiêu tiêu dùng cá nhân, X_2 = thu nhập khả dụng cá nhân sau thuế, và X_3 = xu hướng thời gian.

$\hat{Y}_i$ như ta đã biết, là *hàm ước lượng* của $E(Y \mid X_2, X_3)$, nghĩa là trung bình đúng của *Y* khi biết X_2 và X_3.

Bây giờ, ta giả sử rằng dữ liệu cho năm 1971 như sau : X_2 = 567 tỷ đô la và X_3 = 16. Đặt các giá trị này vào (8.10.1), ta có:

$$\begin{aligned}(\hat{Y}_{1971} &| X_2 = 567, X_3 = 16)\\ &= 53.1603 + 0.7266(567) + 2.7363(16) = 508.9297\end{aligned} \tag{8.10.2}$$

Vì vậy, cho năm 1971, chi tiêu tiêu dùng cá nhân *trung bình* (PCE) vào khoảng 509 tỷ đô la. Theo các lý do đã nêu ở Phần 5.10, 509 tỷ đô la cũng là giá trị dự báo *riêng biệt* cho năm 1971,

Y_{1971}.

Tuy nhiên các phương sai của $\hat{Y}_{1971}$ và Y_{1971} khác biệt nhau. Từ các công thức đã cho ở Chương 9, có thể được chỉ ra rằng:

$$\text{var}(\hat{Y}_{1971} \mid X_2, X_3) = 3.6580 \quad \text{và} \quad \text{se}(\hat{Y}_{1971} \mid X_2, X_3) = 1.9126 \qquad (8.10.3)$$
$$\text{var}(Y_{1971} \mid X_2, X_3) = 10.0887 \quad \text{và} \quad \text{se}(Y_{1971} \mid X_2, X_3) = 3.1763 \qquad (8.10.4)$$

trong đó $\text{var}(Y_{1971} \mid X_2, X_3)$ đại diện cho $E(Y_{1971}-\hat{Y}_{1971} \mid X_2, X_3)^2$. Như kỳ vọng trước, $\text{var}(Y_{1971}) > \text{var}(\hat{Y}_{1971})$. (vì sao?). *Lưu ý*: varY_{1971} là viết tắt của $\text{var}(Y_{1971} - \hat{Y}_{1971})$.

Theo các giả thiết của mô hình cổ điển, và tiếp theo nội dung thảo luận ở phần 5.10, chúng ta có thể thiết lập *khoảng tin cậy* 100(1 - a) *đối với dự báo trung bình* như sau

$$[\hat{Y}_{1971} - t_{\alpha/2}\,\text{se}(\hat{Y}_{1971}) \le E(Y_{1971}) \le \hat{Y}_{1971} + t_{\alpha/2}\text{se}(\hat{Y}_{1971})] \qquad (8.10.5)$$

trong đó $\text{se}(\hat{Y}_{1971})$ có được từ (8.10.3) và trong đó, người ta giả sử rằng dự báo này dựa trên các giá trị đã cho của X_2 và X_3 đối với năm 1971. Cũng cần nói rằng, qui trình như thế có thể được lập lại đối với giá trị bất kỳ nào khác của X_2 vàX_3.

Khoảng tin cậy tương đương thứ 100(1 - a) đối với *dự báo riêng biệt* Y_{1971} là

$$[\hat{Y}_{1971} - t_{\alpha/2}\text{se}(Y_{1971}) \le \hat{Y}_{1971} \le \hat{Y}_{1971} + t_{\alpha/2}\,\text{se}(Y_{1971})]$$

trong đó se(Y_{1971}) , là viết tắt của $\text{se}(Y_{1971} - \hat{Y}_{1971})$ được tính từ (8.10.4).

Đối với ví dụ minh họa của chúng ta, bạn đọc có thể kiểm chứng rằng các khoảng tin cậy này sẽ như sau:

Dự báo trung bình :

$$508 \cdot 9297 - 2 \cdot 179(1 \cdot 9126) \le E(Y_{1971}) \le 508 \cdot 9297 + 2 \cdot 179(1 \cdot 9126)$$

nghĩa là,

$$504 \cdot 7518 \le E(Y_{1971}) \le 513 \cdot 0868 \qquad (8.10.6)$$

Dự báo riêng biệt:

$$508 \cdot 9297 - 2 \cdot 179(3 \cdot 1763) \le Y_{1971} \le 508 \cdot 9297 + 2 \cdot 179(3 \cdot 1763)$$
$$501 \cdot 9988 \le Y_{1971} \le 515 \cdot 8412 \qquad (8.10.7)$$

Ghi nhớ rằng bậc tự do df đối với giá trị t là $(n-3)$ cho mô hình 3 biến, $(n-4)$ cho mô hình 4 biến, hay là $(n-k)$ cho mô hình k biến.

* 8.11 BỘ BA CÁC KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: CÁC KIỂM ĐỊNH TỶ LỆ THÍCH HỢP (LR), WALD (W), VÀ NHÂN TỬ LAGRANGE (LM)[21]

Trong chương này và chương trước, ta đã sử dụng rộng rãi các kiểm định *t*, F và Chi-bình phương để kiểm định sự đa dạng của các giả thiết trong trường hợp các mô hình hồi quy tuyến tính (theo thông số). Nhưng một khi đã đi ra ngoài thế giới hơi tiện nghi của các mô hình hồi quy tuyến tính, ta cần (các) phương pháp để kiểm định các giả thiết; có thể làm nên các mô hình hồi quy, có tuyến tính hay không.

Bộ ba các **kiểm định thích hợp, Wald và Nhân tử Lagrange** nổi tiếng có thể thực thi được mục đích trên. Yếu tố thú vị mà chúng tôi muốn lưu ý là tất cả ba phép kiểm định đều tương đương *tiệm cận* (nghĩa tương đương khi cỡ mẫu lớn) trong đó trị thống kê của kiểm định trong mỗi kiểm định này đều tuân theo phân phối Chi-bình phương.

Mặc dù sẽ thảo luận **kiểm định tỷ lệ thích hợp** trong Phụ lục của Chương này, nhưng nói chung, ta sẽ không dùng các kiểm định này trong cuốn sách vì lý do riêng biệt rằng trong các mẫu nhỏ, hay là mẫu giới hạn,mà hầu hết các nhà khoa học đã đề cập, kiểm định *F* mà ta đã dùng cho tới nay là đủ. Như Davidson và Mackinnon đã lưu ý:

> Đối với các mô hình hồi quy tuyến tính, có hoặc không có các sai số chuẩn, tất nhiên không cần thiết nhìn vào các LM, W, LR nữa, bởi vì không có thông tin nào đạt được từ việc làm quá mức như vậy và về những điều đã chứa đựng trong F.[22]

8.12 TÓM TẮT VÀ CÁC KẾT LUẬN

1. Chương này đã mở rộng và làm hoàn thiện hơn các ý tưởng về các ước lượng khoảng và kiểm định giả thiết đã được giới thiệu đầu tiên ở Chương 5 cho trường hợp mô hình hồi quy tuyến tính hai biến.

2. Trong hồi quy đa biến, cách kiểm định *ý nghĩa riêng biệt* của hệ số hồi quy riêng phần (sử dụng kiểm định *t*) và kiểm định *ý nghĩa toàn diện* của hồi quy (nghĩa là H_0 : tất cả các hệ số độ dốc riêng phần bằng 0 hay R^2= 0) không phải là các khái niệm giống nhau.

3. Nói riêng, việc tìm ra một hay nhiều hơn các hệ số hồi quy riêng phần không có ý nghĩa thống kê dựa trên cơ sở kiểm định *t riêng biệt* không có nghĩa là tất cả các hệ số hồi quy riêng phần cũng đều không có ý nghĩa một cách tập thể về thống kê (cả tập thể). Giả thiết sau có thể được kiểm định chỉ bởi kiểm định *F*.

4. **Kiểm định *F*** được cho là đa năng vì nó có thể kiểm định sự đa dạng của các giả thiết, như là (1) hệ số hồi quy riêng biệt là có nghĩa thống kê hay không, (2) tất cả các hệ số độ dốc riêng phần có bằng 0 hay không, (3) hai hay là nhiều hơn các hệ số là bằng nhau về thống kê (4) các hệ số có thỏa mãn vài giới hạn tuyến tính hay không và (5) có tính ổn định cấu trúc của mô hình hồi quy không.

5. Như trong trường hợp hai biến, mô hình hồi quy đa biến có thể được dùng cho mục đích dự báo trung bình hay riêng biệt.

---

* tự chọn.

[21] Đối với nội dung gần đúng như vậy, xem A. Buse, " The Likelihood Ratio, Wald and Lagrange Multiplier Tests: An Expository Note," *American Statisticians*, tập 36, 1982, trang 153 – 157.

[22] Russell Davidson và James G. MacKinnon, *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University Press, New York, 1993, trang 456

NỘI DUNG TIẾP THEO

Với chương này, ta kết thúc phần thảo luận của chúng ta về mô hình hồi quy tuyến tính cổ điển đã đã bắt đầu ở Chương 2. Như ta đã chỉ ra dần dần, mô hình cổ điển dựa trên các giả thiết chặt chẽ hay lý tưởng nào đó. Nhưng nó cung cấp cho ta khuôn mẫu hay là tiêu chuẩn để đối với nó, ta có thể cân nhắc các mô hình hồi quy khác, những cái đang cố xen vào "chủ nghĩa thực tế" bằng cách nới lỏng một hay nhiều hơn các giả thiết của mô hình cổ điển. Nhiệm vụ của chúng ta trong phần còn lại của quyển sách này là tìm ra điều gì sẽ xảy ra nếu một hay nhiều hơn giả thiết của mô hình cổ điển bị nới lỏng. Ta muốn biết mô hình cổ điển " mạnh" như thế nào trong trường hợp ta chấp nhận các giả thiết ít chặt chẽ hơn. Ta muốn biết, ví dụ, điều gì sẽ xảy ra nếu giả thiết mang tính khuôn mẫu bị nới lỏng, hay nếu ta cho phép có phương sai của sai số thay đổi hay tương quan chuỗi, hay là các sai số đặc trưng.

Nhưng trước khi quay về với yêu cầu này, chúng tôi giới thiệu trong Chương 9 mô hình cổ điển trong cách viết bằng ma trận. Chương này không chỉ trình bày phần tóm tắt thuận lợi từ Chương 1 đến 8 mà còn cho thấy Đại số ma trận là một công cụ hữu ích như thế nào một khi ta đi xa hơn các mô hình hồi quy hai hay ba biến; không có nó việc tính toán mô hình hồi quy *k* biến sẽ là công việc phiền toái kinh khủng.

Cũng cần lưu ý rằng Chương 9 không phải là thiết yếu để hiểu phần còn lại của sách này. Nó chủ yếu hướng tới lợi ích cho các sinh viên thiên về Toán học. Còn đối với các nguyên tắc cơ sở về Đại số ma trận đã cho trong Phụ lục B, bạn đọc chưa có kiến thức trước về Đại số ma trận sẽ thấy gia trị khi đọc kỹ Chương này. **Nhưng cho phép tôi lặp lại, Chương này không phải là chủ chốt để hiểu phần còn lại của sách này;** nó có thể được bỏ qua mà không mất đi tính liên tục.

CÁC BÀI TẬP

Các câu hỏi

8.1 Giả sử bạn muốn nghiên cứu hành vi của việc bán sản phẩm, như là, số lượng xe hơi trong một số năm và giả sử có người gợi ý bạn hãy thử các mô hình sau:

$$Y_t = b_0 + b_1 t$$
$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$$

trong đó : Y_t = mức bán tại thời gian *t,* được tính bằng năm. Mô hình thứ nhất giả định rằng mức bán là hàm tuyến tính của thời gian, trong khi mô hình thứ hai khẳng định rằng đó là hàm bậc hai của thời gian.

(a) Hãy thảo luận các tính chất của các mô hình này.
(b) Bạn quyết định như thế nào giữa hai phương trình?
(c) Trong bối cảnh nào thì mô hình bậc hai là có ích?
(d) Thử thu thập dữ liệu về mức bán xe hơi ở Mỹ cho 20 năm qua và xem mô hình nào hợp tốt với dữ liệu.

8.2. Hãy chứng tỏ rằng tỷ số *F* trong (8.5.16) bằng với tỷ số *F* trong (8.5.18) (*Gợi ý*: ESS / TSS = R^2)

8.3. Hãy chứng tỏ rằng các kiểm định *F* của (8.5.18) và (8.7.10) là tương đương.

8.4. Hãy thiết lập các phát biểu (8.7.11) và (8.7.12).

8.5. Hãy xem xét hàm sản xuất Cobb-Douglas

$$Y = \beta_1 L^{\beta_2} K^{\beta_3} \qquad (1)$$

trong đó Y = sản lượng, L = nhập lượng lao động, và K = nhập lượng vốn. Chia (1) cho K ta có

$$(y/K) = \beta_1 (L/K)^{\beta_2} K^{\beta_2+\beta_3-1} \qquad (2)$$

Lấy logarit tự nhiên của (2) ta thu được

$$\ln(Y/K) = b_0 + b_2 \ln(L/K) + (b_2 + b_3 - 1)\ \ln K \qquad (3)$$

trong đó $b_0 = \ln b_1$

(a) Giả sử bạn có dữ liệu để thực hiện hồi quy (3). Bạn làm thế nào để kiểm định giả thiết cho rằng sinh lợi không đổi theo qui mô, nghĩa là $(b_2 + b_3) = 1$?

(b) Nếu có lợi ích không đổi theo qui mô, bạn giải thích hồi quy (3) như thế nào?

(c) Có khác biệt gì không nếu ta chia (1) cho L chứ không phải K?

8.6. **Các giá trị tới hạn của R^2 khi R^2 thực = 0**. Phương trình (8.5.11) cho mối liên quan giữa F và R^2 dưới giả thiết rằng tất cả các hệ số độ dốc riêng phần là đồng thời bằng 0 (nghĩa là $R^2 = 0$). Chỉ cần ta tìm được giá trị tới hạn của F tại mức ý nghĩa a từ Bảng F, ta có thể tìm ra giá trị tới hạn của R^2 từ quan hệ sau :

$$R^2 = \frac{(k-1)F}{(k-1)F+(n-k)}$$

trong đó k là số các thông số trong mô hình hồi quy bao gồm cả tung độ gốc và trong đó F là giá trị tới hạn của F tại mức ý nghĩa a. Nếu R^2 quan sát được vượt quá tới hạn R^2 thu được từ công thức trên, ta có thể bác bỏ giả thiết rằng R^2 thực = 0.

Hãy thiết lập công thức trên và tìm ra giá trị tới hạn của R^2 (tại a = 5%) đối với hồi quy (8.2.2)

8.7. Tuân theo qui trình loại bó thành phần xu hướng các chuỗi thời gian đã thảo luận trong Phần 8.2, hãy kiểm chứng rằng đối với dữ kiện đã cho trong Bảng 8.1, hệ số độ dốc trong hồi quy của Y đã loại bỏ thành phần xu hướng theo X_2 đã loại bỏ thành phần xu hướng đúng bằng b_2 đã có trong (8.2.2)

8.8. R^2 thu được trong (8.2.2) có giống như đại lượng đó thu được từ hồi quy của detrended Y trên detrended X_2 không? Hãy giải thích.

8.9. Tiếp theo Phần 8.2, hãy xét các hồi quy sau:

$$\hat{u}_{1i} = a_1 + a_2 \hat{u}_{2i} + w_{1i} \qquad (1)$$

trong đó $\hat{u}_{1i}$ = (tuyến tính) Y đã loại bỏ thành phần xu hướng, $\hat{u}_{2i}$ = (tuyến tính) X_2 đã loại bỏ thành phần xu hướng và w_{1i} = phần dư (tất cả các w trong các hồi quy sau đều là các phần dư).

$$Y_i = b_1 + b_2 \hat{u}_{2i} + w_{2i} \qquad (2)$$

$$\hat{u}_{1i} = c_1 + c_2 X_{2i} + c_3 X_{3i} + w_{3i} \quad (X_3 \text{ là thời gian }) \qquad (3)$$

$$Y_i = d_1 + d_2 \hat{u}_{2i} + d_3 X_{3i} + w_{4i} \qquad (4)$$

Hãy chứng tỏ rằng $a_2 = b_2 = c_2 = d_2$. Bạn có thể rút ra kết luận tổng quát gì? (*Lưu ý*: $a_2 = b_2$)

8.10. Dựa trên dữ liệu hàng năm cho thời kỳ 1968 – 1987, các kết quả hồi quy sau đây được tính bằng:

$$\hat{Y}_t = -859.92 + 0.6470X_{2t} - 23.195X_{3t} \qquad R^2 = 0.9776 \qquad (1)$$
$$\hat{Y}_t = -261.09 + 0.2452X_{2t} \qquad R^2 = 0.9388 \qquad (2)$$

trong đó Y = mức chi tiêu cho hàng nhập ở Mỹ, tỷ đô la năm 1982, X_2 = thu nhập khả dụng cá nhân sau thuế, tỷ đô la năm 1982 và X_3 = biến xu hướng.
Cho biết phát biểu sau *Đúng hay sai*: Sai số chuẩn của X_3 trong (1) là 4.2750. Hãy trình bày các tính toán của bạn. (*Gợi ý* : sử dụng liên quan giữa R^2, F và t)

8.11. Giả sử rằng trong hồi quy :

$$\ln(Y_i / X_{2i}) = \alpha_1 + \alpha_2 \ln X_{2i} + \alpha_3 \ln X_{3i} + u_i$$

các giá trị của các hệ số hồi quy và các sai số chuẩn của chúng đã biết.[*] Từ kiến thức này, bằng cách nào bạn ước lượng các thông số và các sai số chuẩn của mô hình hồi quy sau:

$$\ln Y_i = b_1 + b_2 \ln X_{2i} + b_3 \ln X_{3i} + u_i$$

8.12. Giả sử như sau:

$$Y_i = b_1 + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + b_4 X_{2i} X_{3i} + u_i$$

trong đó Y là mức chi tiêu tiêu dùng cá nhân, X_2 là thu nhập cá nhân , X_3 là của cải cá nhân[ϒ]. Số hạng ($X_{2i} X_{3i}$) được biết như là **số hạng tương tác.** Biểu thức này có ý nghĩa gì ? Bạn làm thế nào để kiểm định giả thiết cho rằng thiên hướng tiêu dùng biên tế (MPC) (nghĩa là b_2) là độc lập với của cải của người tiêu dùng ?

8.13. Bạn được cho trước các kết quả hồi quy sau đây:

$\hat{Y}_t$	= 16899	- 2978.5 X_{2t}		$R^2 = 0.6149$
t	= (8.5152)	(-4.7280)		
$\hat{Y}_t$	= 9734.2	- 3782.2 X_{2t}	+ 2815 X_{3t}	$R^2 = 0.7706$
t	= (3.3705)	(-6.6070)	(2.9712)	

Bạn có thể tìm ra được cỡ mẫu nền tảng của các kết quả này không?
(*Gợi ý* : nhắc lại mối liên quan giữa các giá trị R^2, F và t).

8.14. Căn cứ vào thảo luận của ta về các phép kiểm định *riêng biệt* và *liên kết* của các giả thiết tương ứng dựa trên các kiểm định t và F , bối cảnh nào trong những bối cảnh sau đây là có khả năng xảy ra:

1. Bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở thống kê F, nhưng không bác bỏ mỗi *giả thiết không* riêng biệt dựa trên cơ sở các kiểm định t riêng biệt;
2. bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở thống kê F, bác bỏ một giả thiết riêng biệt

[*] Đã chấp nhận từ Peter Kennedy, *A Guide to Econometrics*,(Hướng dẫn kinh tế lượng), NXB MIT, bản 3, Cambridge, Massachusetts, 1992, trang 310.
[ϒ] Như sách trên trang 327 .

trên cơ sở kiểm định *t*, và không bác bỏ giả thiết riêng biệt khác trên cơ sở kiểm định *t* riêng biệt.

3. Bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở trị thống kê *F*, và bác bỏ *mỗi giả thiết không* riêng biệt dựa trên cơ sở các kiểm định *t* riêng biệt;

4. Không bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở trị thống kê *F*, và không bác bỏ mỗi *giả thiết không* riêng dựa trên cơ sở các kiểm định *t* riêng biệt;

5. Không bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở trị thống kê *F* , bác bỏ một giả thiết riêng biệt dựa trên cơ sở kiểm định *t*, và không bác bỏ giả thiết riêng biệt khác trên cơ sở kiểm định *t;*

6. Không bác bỏ *giả thiết không* liên kết dựa trên cơ sở trị thống kê *F*, nhưng bác bỏ mỗi *giả thiết không* riêng biệt dựa trên cơ sở các kiểm định *t* riêng biệt.[**]

Các vấn đề

8.15. Tham khảo bài tập 7.18.

(a) $\hat{\beta}_2$ và $\hat{\beta}_3$ có ý nghĩa thống kê riêng biệt không?
(b) Chúng có khác 1 về mặt thống kê không?
(c) $\hat{\alpha}_2$ và $\hat{\alpha}_3$ có ý nghĩa thống kê riêng biệt không?
(d) Dữ liệu có hỗ trợ giả thiết cho rằng $b_2 = b_3 = 0$ hay không?
(e) Hãy kiểm định giả thiết cho rằng $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$.
(f) Bạn tính các độ co giãn của sản lượng theo lao động và vốn cho mô hình thứ nhất như thế nào? Cho mô hình thứ hai như thế nào?
(g) Bạn thích chọn mô hình nào? Vì sao?
(h) Hãy so sánh các giá trị R^2 của hai mô hình. Bạn có thể sử dụng mức ý nghĩa 5%.

8.16. Tham khảo bài tập 7.19.

(a) Hãy kiểm định ý nghĩa toàn diện của hàm hồi quy ước lượng.
(b) Đóng góp gia tăng của X^2_i là gì?
(c) Bạn có giữ được X^2_t trong mô hình trên cơ sở của kiểm định *F* không? Trên cơ sở của R^2?

8.17. Tham khảo bài tập 7.25.

(a) Thế nào là các độ co giãn trong thu nhập và trong lãi suất thực của các cân bằng tiền mặt thực?
(b) Các độ co giãn trên có ý nghĩa thống kê riêng biệt không?
(c) Hãy kiểm định ý nghĩa toàn diện của hồi quy ước lượng.
(d) Độ co giãn trong thu nhập của nhu cầu đối với các cân bằng tiền mặt thực có khác biệt so với 1 không?
(e) Biến lãi suất có cần được giữ trong mô hình không? Vì sao?

8.18. Tiếp tục với bài tập 7.25. Giả thiết rằng ta thực hiện hồi quy sau đây:

$$M_t^n = \alpha_0 Y_t^{\alpha_1} r_t^{\alpha_2} P_t^{\alpha_3}$$

trong đó M_t^n = tổng cân bằng tiền mặt *danh nghĩa* tại thời gian *t*. Y_t = toàn bộ thu nhập thực tại thời gian *t* , r_t = lãi suất dài hạn tại thời gian *t* và P_t = yếu tố giảm lạm phát giá ẩn tại thời gian *t* (như là đại lượng của mức giá chung).

[**] Trích dẫn từ Ernst R. Berndt, *The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary*, (Thực hành kinh tế lượng: Cổ điển và đương thời), Addison-Wesley, Reading, massachusetts, 1991, trang 79.

(a) Hãy chạy hồi quy trên và giải thích các kết quả.
(b) So sánh các kết quả của hồi quy này với các kết quả thu được từ hồi quy của bài tập 7.25.
(c) Một tiên nghiệm, giá trị a_3 sẽ như thế nào? Vì sao?
(d) Bạn có thể nói gì về "ảo tưởng về" trong Kinh tế Ấn độ cho thời kỳ 1948 – 1965?

8.19. Tiếp tục với bài tập 8.18, hãy xét nhu cầu sau cho hàm tiền tệ:

$$M_t^n = \lambda_0 (Y_t^n)^{\lambda_1} r_t^{\lambda_2} P_t^{\lambda_3}$$

trong đó, để bổ sung cho các định nghĩa đã cho trong bài tập 8.18, Y_t^n đại diện cho toàn bộ thu nhập quốc dân ròng danh nghĩa.
(a) Hãy chạy hồi quy trên và bình luận các kết quả của bạn.
(b) So sánh các kết quả của hồi quy này với các kết quả thu được từ các bài tập 7.25 và 8.18.
(c) Tương quan giữa a_1 và λ_1 là gì (nếu có) ?

8.20. Giả sử rằng Y và $X_2, X_3, ..., X_k$ là phân phối chuẩn liên kết dựa bình thường và giả sử rằng *giả thiết không* rằng các tương quan riêng phần tổng thể bằng 0 một cách riêng biệt, *R.* A. Fisher đã chứng tỏ :

$$t = \frac{r_{12.34...k}\sqrt{n-k-2}}{\sqrt{1-r^2_{12.34...k}}}$$

tuân theo phân phối t với n-k-2 bậc tự do, trong đó k là hệ số tương quan riêng phần bậc k và trong đó n là số lượng tổng cộng các quan sát. (Lưu ý $r_{12.3}$ là hệ số tương quan riêng phần bậc 1, $r_{12.34}$ là hệ số tương quan riêng phần bậc 2 v.v...). Tham khảo bài tập 7.2. Giả thiết rằng Y và X_2 và X_3 được phân phối chuẩn liên kết. Hãy tính 3 tương quan riêng phần $r_{12.3}$, $r_{13.2}$, $r_{23.1}$ và kiểm định ý nghĩa chung của chúng dưới giả thiết rằng các tương quan tổng thể tương ứng đều bằng 0 một cách riêng biệt.

8.21. Trong nghiên cứu nhu cầu máy kéo nông nghiệp ở Mỹ cho thời kỳ 1921 - 1941 và 1948 - 1957, Griliches* đã thu được các kết quả sau:

$$\log Y_t = \text{hằng số} - \underset{(0.231)}{0.519} \log X_{2t} - \underset{(0.477)}{4.933} \log X_{3t} \qquad R^2 = 0.793$$

trong đó Y_t = giá trị dự trữ của máy kéo trên các trang trại vào ngày 1 tháng 1, tính bằng đô la năm 1935 - 1939, X_2 = chỉ số các giá đã trả cho các máy kéo chia cho tỷ số các giá đã nhận cho tất cả các mùa tại thời gian (t-1), X_3 = lãi suất thịnh hành trong năm (t-1), và trong đó các sai số chuẩn ước lượng được cho trong ngoặc đơn.
(a) Hãy giải thích hồi quy trên.
(b) Các hệ số độ dốc ước lượng có ý nghĩa thống kê riêng biệt không? Chúng có khác 1 một cách đáng kể không ?
(c) Hãy sử dụng kỹ thuật phân tích phương sai để kiểm định ý nghĩa của hồi quy toàn diện . *Gợi ý* : Sử dụng R^2 khác nhau của ANOVA.

* Z. Griliches ," The Demand for a Durable Input: Farm Tractors in the United States, 1921 – 1957," (Nhu cầu đối với nhập lượng lâu dài: máy kéo nông nghiệp ở Mỹ), trong *The demand for Durable Goods,*Arnold C. Harberger (ed.), NXB University of Chicago, 1960, Bảng 1, trang 192.

(d) Bạn tính độ co giãn lãi suất của nhu cầu máy kéo nông nghiệp như thế nào?
(e) Bạn kiểm định ý nghĩa của R^2 ước lượng như thế nào?

8.22. Hãy xét phương trình xác định lương sau đây đối với nền kinh tế Anh [ϒ] cho thời kỳ 1950 - 1969:

$$\hat{W}_t = 8.582 + 0.364(\text{PF})_t + 0.004\,(\text{PF})_{t-1} - 2.560\,\text{U}_t$$
$$(1.129)\quad (0.080)\qquad (0.072)\qquad (0.568)$$
$$R^2 = 0.873;\qquad \text{df} = 15.$$

trong đó W = tiền lương cho mỗi công nhân, PF = giá của đầu ra sản lượng cuối cùng ở mức chi phí, U = thất nghiệp ở Anh như là phần trăm của tổng số các công nhân ở Anh, và t = thời gian. (các số trong các ngoặc đơn là các sai số chuẩn ước lượng).
(a) Giải thích phương trình trên.
(b) Các hệ số ước lượng có ý nghĩa riêng biệt không?
(c) Lý do căn bản để đưa $(\text{PF})_{t-1}$ vào mô hình là gì?
(d) Biến $(\text{PF})_{t-1}$ có cần phải bỏ ra khỏi mô hình không? Vì sao?
(e) Bạn tính độ co giãn của tiền lương cho mỗi công nhân như thế nào với trọng số đến tỷ lệ thất nghiệp U?

8.23. Độ biến thiên của phương trình xác định lương đã cho trước trong bài tập 8.22 như sau[*] :

$$\hat{W}_t = 1.073 + 5.288\,\text{V}_t - 0.116X_t + 0.054\text{M}_t + 0.046\text{M}_{t-1}$$
$$(0.797)\quad (0.812)\qquad (0.111)\qquad (0.022)\qquad (0.019)$$
$$R^2 = 0.934;\qquad \text{df} = 14$$

trong đó W giống như trước, V = chỗ làm việc còn trống ở Anh như là phần trăm của tổng số công nhân ở Anh, X = tổng sản phẩm nội địa tính cho mỗi công nhân được tuyển dụng, M = giá nhập khẩu, và M_{t-1} = giá nhập khẩu năm trước (hay là năm bị trễ) (các sai số chuẩn ước lượng được cho trong ngoặc đơn).
(a) Giải thích phương trình trên,
(b) Các hệ số ước lượng nào là có ý nghĩa thống kê riêng biệt?
(c) Lý do cơ bản để đưa biến X vào mô hình là gì? Một tiên nghiệm, dấu kỳ vọng của X có phải là âm không?
(d) Mục đích đưa cả M_t và M_{t-1} vào trong mô hình là gì?
(e) Các biến nào có thể bỏ ra khỏi mô hình? Vì sao?
(f) Hãy kiểm định ý nghĩa toàn diện của hồi quy quan sát.

8.24. Tham khảo hồi quy đường cong bổ sung kỳ vọng Phillips (7.6.2). Hệ số của X_3 , tỷ lệ lạm phát kỳ vọng, về mặt thống kê có bằng 1 như là theo lý thuyết hay không? Trình bày các tính toán của bạn.

8.25. Đối với hàm nhu cầu về gà, ta đã ước lượng trong (8.7.24), độ co giãn của thu nhập ước lượng có bằng 1 không? Độ co giãn của giá có bằng -1 không?

8.26. Đối với hàm nhu cầu (8.7.24) bạn làm thế nào để kiểm định giả thiết cho rằng độ co giãn về thu nhập bằng về giá trị nhưng ngược dấu với độ co giãn về giá của nhu cầu? Trình bày

[ϒ] Lấy từ *Prices and Earning in 1951 - 1969 : An Econometric assessment,* Dept. of Employment, HMSO, 1971, phương trình (19), trang 35.
[*] Sách trên, phương trình (67), trang 37.

các tính toán cần thiết. (*Lưu ý*: cov($\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$) = -0.00142)

8.27. Tham khảo hàm nhu cầu hoa hồng của bài tập 7.20. Hạn chế xem xét của bạn trong đặc trưng Logarit.

(a) Độ co giãn giá-chủ ước lượng của nhu cầu là gì (nghĩa là độ co giãn ứng với giá của hoa hồng)?

(b) Nó có ý nghĩa thống kê không?

(c) Nếu có, nó có khác 1 một cách đang kể hay không?

(d) Một tiên nghiệm, dấu mong đợi của X_3 (giá cẩm chướng) và X_4 (thu nhập) sẽ như thế nào? Các kết quả thực nghiệm có theo đúng các kỳ vọng này không?

(e) Nếu các hệ số của X_3 và X_4 là không có ý nghĩa về thống kê, các nguyên nhân có thể là gì?

8.28. Tham khảo bài tập 7.21 liên quan đến hoạt động của khai thác dầu.

(a) Mỗi hệ số độ dốc ước lượng có ý nghĩa thống kê riêng biệt tại mức 5% hay không?

(b) Bạn có thể bác bỏ giả thiết cho rằng $R^2 = 0$ hay không?

(c) Tỉ lệ tăng trưởng tức thời của hoạt động của khai thác dầu cho thời kỳ 1948-1978 là như thế nào? Tỉ lệ tăng trưởng lũy tiến tương ứng?

8.29. Tham khảo hồi quy phí tổn ngân sách quốc phòng ước lượng trong bài tập 7.22.

(a) Bình luận chung về các kết quả hồi quy ước lượng.

(b) Lập bảng ANOVA và kiểm định giả thiết cho rằng tất cả các hệ số độ dốc riêng phần bằng 0.

8.30. Dạng sau đây được biết như là **hàm sản xuất siêu việt** (TPF), là sự khái quát hoá hàm sản xuất Cobb-Douglas nổi tiếng:

$$Y_i = \beta_1 L^{\beta_2} k^{\beta_3} e^{\beta_4 L + \beta_5 K}$$

trong đó *Y*= sản lượng, *L*= nhập lượng lao động và *K*= nhập lượng vốn.
Sau khi lấy logarit và thêm số hạng nhiễu ngẫu nhiên, ta thu được hàm sản xuất siêu việt như là:

$$lnY_i = b_0 + b_2 lnL_i + b_3 lnK_i + b_4 L_i + b_5 K_i + u_i$$

trong đó $b_0 = \ln b_1$

(a) Các tính chất của hàm này là gì?

(b) Đối với hàm TPF, để giảm thành hàm sản xuất Cobb-Douglas, các giá trị của b_4 và b_5 sẽ phải như thế nào?

(c) Nếu bạn có dữ liệu, bạn có thể tiến hành như thế nào để tìm ra rằng hàm TPF có giảm thành hàm sản xuất Cobb-Douglas hay không? Bạn nên sử dụng quy trình kiểm định nào?

(d) Hãy xem hàm TPF có thích hợp với dữ liệu đã cho trong bài tập 7.18 hay không? Trình bày các tính toán của bạn.

8.31. *Các giá năng lượng và sự hình thành vốn ở Mỹ, 1948-1978.* Để kiểm định giả thiết rằng sự tăng giá năng lượng liên quan đến sản lượng dẫn đến sự suy giảm trong hiệu suất vốn *tồn tại* và nguồn lực lao động, John A.Tatom đã ước lượng hàm sản xuất sau đây đối với Hoa Kỳ cho thời kỳ tính theo quí từ quí1-1948 đến quí 2-1978:*

* Xem sách của ông "Energy Prices and Capital Formation:(Các giá năng lượng và sự hình thành giá) 1972-1977,", *Review*, Federal Reserve Bank of St. Louis, tập 61, số 5, tháng 5/1979, trang 4.

$$\begin{aligned}\ln(y/k) = \underset{(16.33)}{1.5492} + \underset{(21.69)}{0.7135}\ln(h/k) - \underset{(-6.42)}{0.1081}\ln(P_e/P) \\ + \underset{(15.86)}{0.0045}t \qquad R^2 = 0.98\end{aligned}$$

trong đó, y = sản lượng thực trong khu vực kinh doanh tư nhân, k = đại lượng đo lưu lượng của các dịch vụ vốn, h = giờ công (person hours) trong khu vực kinh doanh tư nhân, P_e = chỉ số giá người sản xuất đối với nhiên liệu và các sản phẩm liên quan, P = chỉ số giảm lạm phát giá trong khu vực kinh doanh tư nhân, và t = thời gian. Các số trong ngoặc đơn là các trị số thống kê t.

(a) Các kết quả có ủng hộ giả thiết của tác giả không?
(b) Giữa năm 1972 và 1977 , giá liên quan của năng lượng, (P_e/P) tăng trong khoảng 60%. Từ hồi quy ước lượng, sự tổn thất về hiệu suất là bao nhiêu?
(c) Sau khi tuân theo các thay đổi trong (h/k) và (P_e/P), tỉ lệ xu hướng của sự tăng trưởng hiệu suất cho thời kỳ mẫu là như thế nào?
(d) Bạn có thể giải thích như thế nào về giá trị hệ số 0.7135?
(e) Có phải thực tế rằng mỗi hệ số độ dốc riêng phần ước lượng là có nghĩa về mặt thống kê một cách riêng biệt không?(Vì sao?), có ý nghĩa là ta có thể bác bỏ giả thiết rằng $R^2 = 0$ hay không? Vì sao có và vì sao không?

8.32 *Nhu cầu về cáp* . Bảng ở trang sau cho dữ liệu được sử dụng bởi các nhà sản xuất cáp điện thoại để dự báo mức bán cho khách hàng chính trong thời kỳ 1968-1983.[ϒ]
Các biến trong bảng được xác định như sau:

Y = mức bán hàng năm trong MPF, tính bằng triệu feet đôi
X_2 = tổng sản phẩm quốc gia (GNP), tỷ đô la
X_3 = Thống kê nhà ở, ngàn đơn vị
X_4 = tỉ lệ thất nghiệp, phần trăm
X_5 = tỉ lệ chậm 6 tháng trước
X_6 = mức lợi giới hạn của người tiêu dùng, phần trăm

Các biến hồi quy

Năm	***X₂*, GNP**	***X₃*, Thống kê nhà ở**	***X₄*, Thất nghiệp %**	***X₅*, Tỉ lệ chậm 6 tháng trước**	***X₆*, Mức lợi giới hạn của người tiêu dùng %**	***Y*, Mức mua chất dẻo tổng cộng (MPF)**
1968	1,051.8	1,503.6	3.6	5.8	5.9	5,873
1969	1,078.8	1,486.7	3.5	6.7	4.5	7,852
1970	1,075.3	1,434.8	5.0	8.4	4.2	8,189
1971	1,107.5	2,035.6	6.0	6.2	4.2	7,497
1972	1,171.1	2,360.8	5.6	5.4	4.9	8,534
1973	1,235.0	2,043.9	4.9	5.9	5.0	8,688
1974	1,217.8	1,331.9	5.6	9.4	4.1	7,270
1975	1,202.3	1,160.0	8.5	9.4	3.4	5,020
1976	1,271.0	1,535.0	7.7	7.2	4.2	6,035
1977	1,332.7	1,961.8	7.0	6.6	4.5	7,425

[ϒ] Tôi biết ơn Daniel J.Reardon vì đã thu thập và xử lý dữ liệu.

1978	1,399.2	2,009.3	6.0	7.6	3.9	9,400
1979	1,431.6	1,721.9	6.0	10.6	4.4	9,350
1980	1,480.7	1,298.0	7.2	14.9	3.9	6,540
1981	1,510.3	1,100.0	7.6	16.6	3.1	7,675
1982	1,492.2	1,039.0	9.2	17.5	0.6	7,419
1983	1,535.4	1,200.0	8.8	16.0	1.5	7,923

Bạn phải xem xét mô hình sau đây:

$$Y_i = b_1 + b_2X_{2t} + b_3X_{3t} + b_4X_{4t} + b_5X_{5t} + b_6X_{6t} + u_t$$

(a) Hãy ước lượng hồi quy trên.
(b) Dấu kỳ vọng của các hệ số của mô hình này như thế nào?
(c) Các kết quả thực nghiệm có tuân theo các kỳ vọng tiên nghiệm không ?
(d) Các hệ số hồi quy riêng phần ước lượng có ý nghĩa thống kê riêng biệt tại mức ý nghĩa 5% không ?
(e) Giả sử rằng: đầu tiên bạn chỉ hồi quy Y trên X_2, X_3 và X_4, sau đó bạn quyết định thêm các biến X_5 và X_6. Bạn làm thế nào để tìm ra rằng việc thêm các biến X_5 và X_6 có xứng đáng hay không? Bạn sử dụng phép kiểm định nào? Trình bày các tính toán cần thiết.

8.33. Marc Nerlove đã ước lượng hàm chi phí sau cho việc phát điện*

$$Y = AX^{\beta}P^{\alpha_1}P^{\alpha_2}P^{\alpha_3}u \qquad (1)$$

trong đó Y = tổng chi phí sản xuất, X= công suất tính bằng Kwh, P_1 = giá nhập lượng lao động, P_2 = giá nhập lượng vốn, P_3 = giá nhiên liệu và u = số hạng nhiễu. Nói một cách lý thuyết, tổng của các độ co giãn về giá được dự tính là 1, nghĩa là ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$)=1.
Bằng việc ấn định giới hạn này, hàm chi phí trên có thể được viết như là:

$$(Y/P_3) = AX^{\beta}(P_1/P_3)^{\alpha_1}(P_2/P_3)^{\alpha_2}u \qquad (2)$$

Nói cách khác, (1) là hàm chi phí không giới hạn và (2) là hàm chi phí giới hạn.
Trên cơ sở mẫu của 29 hãng có quy mô vừa, và sau khi biến đổi logarit, Nerlove đã thu được các kết quả sau:

$$\begin{aligned} \ln Y_i &= -4.93 + 0.94\ln X_i + 0.31\ln P_1 - 0.26\ln P_2 + 0.44\ln P_3 \qquad (3)\\ \text{se} &= (1.96) \quad (0.11) \quad (0.23) \quad (0.29) \quad (0.07) \qquad RSS = 0.336 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(Y/P_3) &= -6.65 + 0.91\ln X + 0.51\ln(P_1/P_3) + 0.09\ln(P_2/P_3)\\ \text{se} &= (0.16) \quad (0.11) \quad (0.19) \quad (0.16) \qquad RSS = 0.364 \qquad (4) \end{aligned}$$

(a) Hãy giải thích các phương trình (3) và (4).
(b) Bạn làm thế nào để tìm ra rằng giới hạn ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$) =1 có hiệu lực hay không? Trình bày các tính toán của bạn.

* Marc Nerlove, "Return to Scale in Electric Supply," (Sinh lợi theo qui mô trong cung cấp điện),, in Carl Christ, Ed., *Measurement in Economics*, NXB Standford University, Palo Alto, California, 1963. Cách viết đã có thay đổi.

8.34. *Sự ước lượng mô hình định giá vốn tài sản* (CAPM). Trong phần 6.1 ta đã xét ngắn gọn mô hình định giá vốn tài sản nổi tiếng của Lý thuyết tập danh mục đầu tư hiện đại. Trong phân tích thực nghiệm, CAPM được ước lượng bởi hai giai đoạn.

Giai đoạn I (Hồi quy chuỗi thời gian). Đối với mỗi trong N chứng khoán bao gồm trong mẫu, ta tiến hành hồi quy sau đây theo thời gian:

$$R_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i R_{mt} + e_{it} \qquad (1)$$

trong đó R_{it} và R_{mt} là các tỷ lệ sinh lời của chứng khoán thứ i và và của cả danh mục đầu tư thị trường (cho là S & P 500) trong năm t; b_i , như đã lưu ý ở mọi nơi, là Beta hay là hệ số biến thiên trên thị trường của chứng khoán thứ i , và e_{it} là các phần dư. Tất cả có *N* hồi quy như thế, một hồi quy đối với mỗi chứng khoán, do đó cho ta N ước lượng của b_i .

Giai đoạn II (Hồi quy đối chiếu). Trong giai đoạn này, ta tiến hành hồi quy sau đây theo N chứng khoán:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 \hat{\beta}_i + u_i \qquad (2)$$

trong đó $\overline{R}_i$ là trung bình của tỷ lệ sinh lời đối với chứng khoán i đã tính theo thời kỳ mẫu được bao phủ bởi giai đoạn I, b_i là hệ số Beta ước lượng từ hồi quy giai đoạn 1, và u_i là số hạng phần dư.
So sánh hồi quy giai đoạn II (2) với phương trình CAPM (6.1.2) được viết như là:

$$ER_i = r_f + b_i\,(ER_m - r_f) \qquad (3)$$

trong đó r_f là tỷ lệ rủi ro tự nhiên của suất sinh lời không có rủi ro, ta thấy rằng $\hat{\gamma}_1$ là ước lượng của r_f và $\hat{\gamma}_2$ là ước lượng của ($ER_m - r_f$), phí bảo hiểm rủi ro thị trường.

Vì vậy, trong kiểm định thực nghiệm của CAPM, $\overline{R}_i$ và $\hat{\beta}_i$ được sử dụng như các hàm ước lượng tương ứng của ER_i và b_i . Bây giờ, nếu CAPM được thỏa mãn, theo nghĩa thống kê,

$\hat{\gamma}_1 = r_f$
$\hat{\gamma}_2 = R_m - r_f$, hàm ước lượng của ($ER_m - r_f$).

Tiếp theo, hãy xem xét mô hình thay thế:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 \hat{\beta}_i + \hat{\gamma}_3 s^2_{e_i} + u_i \qquad (4)$$

trong đó $s^2_{e_i}$ là phương sai dư của chứng khoán thứ i từ hồi quy giai đoạn I. Sau đó, nếu CAPM có hiệu lực, $\hat{\gamma}_3$ không cần phải khác 0 một cách đáng kể.

Để làm kiểm định CAPM, Levy đã tiến hành các hồi quy (2) và (4) trên mẫu của 101 cổ phiếu cho thời kỳ 1948 – 1968 và thu được các kết quả sau* :

---

* H. Levy, "Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio," (Sự can bằng trog một thị trường không hoàn hảo: Một sự ràng buộc về số chứng khoán trong tập danh mục đầu tư), *American Economic Review* , tập 68, số 4, tháng 9, 1978, trang 643 – 658.

$$\overline{R}_i = 0.109 + 0.037b_i$$
$$(0.009) \quad (0.008) \qquad (2)'$$
$$t = (12.0) \quad (5.1) \qquad R^2 = 0.21$$

$$\overline{R}_i = 0.106 + 0.0024\,\hat{\beta}_i + 0.201\,s^2_{e_i}$$
$$(0.008) \quad (0.007) \quad (0.038) \qquad (4)'$$
$$t = (13.2) \quad (3.3) \quad (5.3) \qquad R^2 = 0.39$$

(a) Các kết quả này có ủng hộ CAPM không?

(b) Liệu có đáng bổ sung biến $s^2_{e_i}$ vào mô hình không?

(c) Nếu CAPM được thỏa mãn, $\hat{\gamma}_1$ trong (2)' cần xấp xỉ giá trị trung bình của tỷ lệ không rủi ro r_f. Giá trị ước lượng là 10.9 phần trăm. Giá trị này có thể coi gần như là ước lượng chấp nhận được của tỷ lệ sinh lời không có rủi ro trong suốt thời kỳ quan sát 1948 – 1968 không? (Bạn có thể xét tỷ lệ sinh lời trên Ngân phiếu Kho bạc hay là tài sản không rủi ro so sánh tương tự.

(d) Nếu CAPM được thỏa mãn, phí bảo hiểm rủi ro thị trường $\overline{R}_m - r_f$ từ (2)' bằng vào khoảng 3.7 phần trăm. Nếu r_f được cho là 10.9 phần trăm, nó ngụ ý $\overline{R}_m$ đối với thời kỳ mẫu bằng khoảng 14.6 phần trăm. Liệu đây có phải là ước lượng có vẻ chấp nhận được?

(e) Bạn có thể nói chung gì về CAPM?

8.35. Bảng kèm theo đây cho dữ liệu về tiết kiệm cá nhân (*Y*) và thu nhập cá nhân (*X*), cả hai tính bằng tỷ đô la cho các năm 1970 – 1991.

Tiết kiệm cá nhân (*Y*) và thu nhập cá nhân (*X*), ở Hoa kỳ ,1970 – 1991, dữ liệu tính bằng tỷ đô la

Năm	Tiết kiệm *Y*	Thu nhập *X*
1970	57.5	831.0
1971	65.4	893.5
1972	59.7	980.5
1973	86.1	1,098.7
1974	93.4	1,205.7
1975	100.3	1,307.3
1976	93.0	1,446.3
1977	87.9	1,601.3
1978	107.8	1,807.9
1979	123.3	2,033.1
1980	153.8	2,265.4
1981	191.8	2,534.7
1982	199.5	2,690.9
1983	168.7	2,862.5
1984	222.0	3,154.6
1985	189.3	3,379.8
1986	187.5	3,590.4
1987	142.0	3,802.0
1988	155.7	4,075.9
1989	152.1	4,380.3

1990	175.6	4,664.2
1991	199.6	4,828.3

Nguồn : Báo cáo kinh tế của Tổng thống, 1993, Bảng B-24, trang 376

Để thấy được có sự thay đổi ý nghĩa hay không trong liên quan tiết kiệm-thu nhập cho thời kỳ 1970 – 1980 và 1981 – 1991 (thời kỳ các Tổng thống Reagan và Bush), Hãy tiến hành **kiểm định Chow**. Bạn có thể dùng mô hình tuyến tính hay tuyến tính logarit liên quan giữa tiết kiệm và thu nhập. Hãy trình bày các tính toán của bạn thật rõ ràng. Bạn có thể rút ra kết luận chung gì từ phép phân tích này? Một cách trực giác, làm thế nào bạn tìm ra rằng các giả thiết của phép kiểm định Chow có được thực hiện hay không?

*PHỤ LỤC 8A.

KIỂM ĐỊNH TỶ LỆ THÍCH HỢP (LR)

Kiểm định LR được dựa trên nguyên tắc thích hợp tối đa (ML) đã thảo luận trong Phụ lục 4A, trong đó ta đã cho thấy người ta thu được các hàm ước lượng ML của mô hình hồi quy hai biến như thế nào. Nguyên tắc đó có thể được mở rộng một cách không khó khăn đối với mô hình hồi quy đa biến. Theo giả thiết cho rằng các nhiễu u_i được phân phối chuẩn, ta đã chỉ ra rằng đối với mô hình hồi quy hai biến các hàm ước lượng OLS và ML của các hệ số hồi quy là đồng nhất, nhưng các phương sai sai số ước lượng thì khác nhau. Hàm ước lượng bình phương tối thiểu thông thường (OLS) của σ^2 là $\sum \hat{u}_i^2/(n-2)$, nhưng hàm ước lượng ML là $\sum \hat{u}_i^2/n$, đại lượng trước là không thiên lệch còn đại lượng sau là thiên lệch, tuy rằng trong các mẫu lớn sự thiên lệch sẽ biến mất.

Thực sự cũng đúng như vậy trong trường hợp hồi quy đa biến. Để minh họa, hãy xét hàm nhu cầu tuyến tính đối với hoa hồng đã cho trong phương trình (8.9.1). Tương ứng với phương trình (5) của Phụ lục 4A, hàm thích hợp logarit đối với (8.9.1) có thể được viết như là:

$$\ln LF = -\frac{n}{2}\sigma^2 - \frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum (Y_i - \alpha_1 - \alpha_2 X_{2i} - \alpha_3 \qquad (1)$$

Như đã thấy ra ở Phụ lục 4A, lấy vi phân của hàm này theo α_1, α_2, α_3 và σ^2 , cho biểu thức kết quả bằng 0, và giải, ta thu được các hàm ước lượng ML của α_1, α_2 , α_3 sẽ là đồng nhất với các hàm ước lượng OLS đã được cho trong phương trình (8.9.3), nhưng phương sai sai số sẽ khác biệt trong đó tổng bình phương của các phần dư (RSS) sẽ được chia cho *n* chứ không phải (*n-3*) như trong trường hợp của OLS.

Bây giờ, cho phép chúng tôi giả thiết rằng *giả thiết không H_0* của ta là: α_3, hệ số của biến giá cẩm chướng, X_3, bằng 0. Trong trường hợp này, hàm thích hợp logarit của ta đã cho trong (1) sẽ trở thành:

$$\ln LF = -\frac{n}{2}\ln\sigma^2 - \frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum (Y_i - \alpha_1 - \alpha_2 X_{2i})^2 \qquad (2)$$

Phương trình (2) được biết như **hàm thích hợp logarit giới hạn (RLLF),** bởi vì nó được

* Tự chọn

ước lượng với giới hạn rằng α_3 tiên nghiệm bằng 0, trong khi phương trình (1) được biết như là hàm thích hợp **(LF) logarit không giới hạn (ULLF)** bởi vì không có một giới hạn tiên nghiệm nào được ấn định cho các thông số. Để kiểm tra hiệu lực của giới hạn tiên nghiệm rằng α_3 bằng 0, kiểm định LR thu được trị thống kê kiểm định sau:

$$\lambda = 2(\text{ULLF - RLLF}) \qquad (3)^*$$

trong đó ULLF và RLLF tương ứng là hàm thích hợp logarit không giới hạn [phương trình (1)] và hàm thích hợp logarit giới hạn [phương trình (2)]. Nếu cỡ mẫu lớn, nó có thể cho thấy rằng trị thống kê kiểm định λ đã cho trong (3) tuân theo phân phối Chi-bình phương (χ^2) với bậc tự do bằng số các giới hạn được đặt bởi *giả thiết không*, tức là bằng 1 trong trường hợp này.

Tư tưởng cơ sở đằng sau kiểm định LR thật đơn giản: Nếu (các) giới hạn tiên nghiệm hiệu lực, các hàm LF giới hạn và không giới hạn logarit không cần khác biệt nhau, trong trường hợp đó, λ trong (3) sẽ bằng 0. Nhưng nếu không phải trường hợp đó, hai hàm LF sẽ đi chệch nhau. Và vì trong mẫu lớn ta biết rằng λ tuân theo phân phối Chi-bình phương, ta có thể tìm ra rằng độ chênh lệch này có ý nghĩa thống kê, cho là tại mức ý nghĩa 1 hoặc 5%, hay không. Hay khác đi, ta có thể tìm ra giá trị *p* của λ đã được ước lượng.

Để tiếp tục với ví dụ của chúng ta, sử dụng MICRO TSP loại 7.0, ta thu được dữ liệu sau:

$$\text{ULLF} = -132.3601 \qquad \text{và} \qquad \text{RLLF} = -136.5061$$

Do đó,

$$\lambda = 2[-132.3601 - (-136.50610)] = 8.2992$$

Nói theo cách tiệm cận, nó được phân phối như là phân phối chi-bình phương với 1 bậc tự do (vì ta chỉ có 1 giới hạn đã đặt)[ϒ] . Giá trị *p* từ cách tính giá trị chi-bình phương 8.2992 hay lớn hơn là vào khoảng 0.004 là xác suất nhỏ. Do đó, người ta có thể bác bỏ giả thiết không rằng giá cẩm chướng không có ảnh hưởng đến nhu cầu về hoa hồng, nghĩa là, trong phương trình (8.9.3) biến X_3 cần được giữ lại. Thế thì, không có gì đáng ngạc nhiên rằng giá trị *t* của hệ số của X_3 có ý nghĩa trong phương trình này.

Do tính phức tạp toán học của các kiểm định Wald và LM, ta sẽ không thảo luận chúng ở đây. Nhưng như đã lưu ý trong bài, nói theo cách tiệm cận, các kiểm định LR, Wald và LM cho các câu trả lời đồng nhất, sự lựa chọn kiểm định phụ thuộc vào tính thuận tiện của việc tính toán.

[*] Biểu thức này cũng có thể biểu diễn như là -2(RLLF - ULLF) hay là -2 ln(RLF/ULF).

[ϒ] trong ví dụ này, kích thước mẫu là khá nhỏ. Do đó, người ta cần thận trọng trong sử dụng các kết quả tiệm cận. Ví dụ của ta chỉ là, đương nhiên, đối với khoa sư phạm.