

MÔ HÌNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỒNG THỜI (Simultaneous Equations)

TS. CAO HÀO THI

1

NỘI DUNG

- **Hệ phương trình đồng thời**
 - **Hệ phương trình cấu trúc** (Structural equations)
 - **Biến nội sinh** (Endogeneous)
 - **Biến ngoại sinh** (Exogeneous)
 - Hệ quả
 - Phương trình thu gọn
 - Nhận dạng
- Các thủ tục ước lượng hệ phương trình đồng thời
 - **ILS**
 - **Biến công cụ Z**
 - **TSLs**

2

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỒNG THỜI

- Hệ có m phương trình cấu trúc
 - Phương trình hành vi
 - Đồng nhất thức
- Hệ có m biến nội sinh Y_{mt} , k biến ngoại sinh X_{kt}

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= \beta_{12}Y_{2t} + \beta_{13}Y_{3t} + \dots + \beta_{1m}Y_{mt} + \gamma_{11}X_{1t} + \gamma_{12}X_{2t} + \dots + \gamma_{1k}X_{kt} + u_{1t} \\ Y_{2t} &= \beta_{21}Y_{1t} + \beta_{23}Y_{3t} + \dots + \beta_{2m}Y_{mt} + \gamma_{21}X_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + \dots + \gamma_{2k}X_{kt} + u_{2t} \\ &\dots \\ Y_{mt} &= \beta_{m1}Y_{1t} + \beta_{m2}Y_{2t} + \beta_{m3}Y_{3t} + \dots + \gamma_{m1}X_{1t} + \gamma_{m2}X_{2t} + \dots + \gamma_{mk}X_{kt} + u_{mt} \end{aligned}$$

3

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỒNG THỜI

- **Biến Nội sinh** (Endogeneous) → có tính ngẫu nhiên
- **Ngoại sinh** (Exogeneous, Pre determined)
 - Không ngẫu nhiên, gồm cả biến nội sinh có độ trễ
 - Được cấp từ ngoài hệ thống
 - Được xác định trước (nội sinh trễ)
- **Các biến nội sinh được xác định một cách đồng thời**

4

HỆ QUẢ

- Nếu bỏ qua tính chất đồng thời của hệ các phương trình cấu trúc thì ước lượng các hệ số β_m và γ_m của hệ phương trình cấu trúc theo OLS sẽ:
 - Ước lượng sẽ bị thiên lệch và không nhất quán
 - Dự báo sẽ bị thiên lệch và không nhất quán
 - Các kiểm định giả thuyết không còn giá trị (Do $\text{Cov}(Y_{mtr}, u_{mt}) \neq 0$)

5

PHƯƠNG TRÌNH THU GỌN

- Phương trình thu gọn là Phương trình của biến nội sinh = f (biến ngoại sinh, các số hạng sai số của phương trình cấu trúc)
- Để xác định các hệ số của pt cấu trúc:
 - Hệ phương trình cấu trúc => Hệ phương trình thu gọn
 - Xác định hệ số của pt thu gọn => Hệ số pt cấu trúc
 - Có thể gặp các trường hợp sau:
 - Không nhận dạng được
 - Nhận dạng chính xác
 - Nhận dạng vượt mức

6

CÁC THỦ TỤC ƯỚC LƯỢNG

- Bình phương tối thiểu gián tiếp (ILS) → dùng khi nhận dạng chính xác
Ước lượng OLS cho các hệ số pt thu gọn => hệ số pt cấu trúc
- Biến công cụ Z: Z thay thế cho 1 biến nội sinh
- Bình phương tối thiểu 2 giai đoạn (TSLS) → nhận dạng quá mức hay nhận dạng chính xác

7

VÍ DỤ

HỆ PT CẤU TRÚC

$$C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + u_t \quad (0 < \beta_2 < 1)$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$C_t = \beta_1 + \beta_2 (C_t + I_t) + u_t$$

$$(1 - \beta_2) C_t = \beta_1 + \beta_2 I_t + u_t$$

$$C_t = \beta_1 / (1 - \beta_2) + \beta_2 I_t / (1 - \beta_2) + u_t / (1 - \beta_2)$$

Ghi chú:

C_t : Chi tiêu cho tiêu dùng

Y_t : Tổng sản phẩm quốc gia ròng

I_t : Đầu tư ròng

HỆ PT THU GỌN

$$C_t = \pi_1 + \pi_2 I_t + V_t$$

$$\text{Cov}(I_t, V_t) = 0$$

$$\pi_1 = \beta_1 / (1 - \beta_2)$$

$$\pi_2 = \beta_2 / (1 - \beta_2)$$

Hồi qui OLS ước lượng π_1
và π_2
→ $\hat{\beta}_1$ và $\hat{\beta}_2$

8

ĐIỀU KIỆN THỬ/TỰ/CẦN CỦA NHẬN DẠNG

- Gọi G là số phương trình cấu trúc trong hệ phương trình (= số biến nội sinh)
- Nếu:
 - Số biến bị loại trừ ra khỏi phương trình cấu trúc $\geq G-1$
=> Nhận dạng quá mức (over identified)
 - Số biến bị loại trừ ra khỏi phương trình cấu trúc $= G-1$
=> Nhận dạng chính xác (exact identified)
 - Số biến bị loại trừ ra khỏi phương trình cấu trúc $< G-1$
=> Không nhận dạng được (un-identified)

9

VÍ DỤ

- 1) $Y_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 Y_3 + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + u_1$
- 2) $Y_2 = \beta_1 + \beta_2 Y_3 + \beta_2 X_1 + u_2$
- 3) $Y_2 = \gamma_1 + \gamma_2 Y_2 + u_3$
 → $G = 3$
 → $G-1 = 2$

PT	Biến	Y_1	Y_2	Y_3	X_1	X_2	Số biến bị loại		Kết luận
(1)		✓	✓	✓	✓	✓	0	$<G-1=2$	Un-identified
(2)			✓	✓	✓		2	$=G-1=2$	Exact identified
(3)			✓	✓			3	$>G-1=2$	Over identified

10

ĐIỀU KIỆN THỨ TỰ/CẦN CỦA NHẬN DẠNG

- Điều kiện sắp hạng (rank)/ điều kiện đủ => liên quan đến đại số tuyến tính
- Nếu điều kiện kết luận un-identified
=> chắc chắn là un-identified
=> Điều chỉnh mô hình
- Nếu điều kiện cần kết luận identified
=> hầu như là identified
- Trên thực tế điều kiện cần thỏa mãn thì tương đối là đủ.

11

CÂU HỎI

- Có thể dung OLS cho hệ phương trình sau đây không?

$$1) y_1 = \beta_1 + b_1X_1 + b_2X_2 + u_1$$

$$2) y_2 = \alpha_1 + \alpha_2y_1 + a_1X_1 + a_2X_2 + u_2$$

$$3) y_3 = \gamma_1 + \gamma_2y_1 + \gamma_3y_2 + g_1X_1 + g_2X_2 + u_3$$

12

TRẢ LỜI

- Có thể dùng OLS vì:
 - $Y_1 = f$ (ngoại sinh)
 - Y_1 là biến được xác định trước đối với $Y_2 \Rightarrow$ không có tác động phản hồi (khi Y_2 biến động không ảnh hưởng đến Y_1)
 - Y_1 và Y_2 là 2 biến được định trước $Y_3 \Rightarrow$ không có tác động phản hồi
- Tóm lại:
Khi trong hệ phương trình có tác động phản hồi thì không dùng được OLS

13

PHƯƠNG PHÁP ILS (Indirect Least of Square)

- Chỉ dùng đối với các phương trình được nhận dạng chính xác
- Trên thực tế ít sử dụng ILS vì:
 - Các phương trình thường được nhận dạng quá mức
 - Đối với hệ phương trình có số phương trình cấu trúc nhiều thì phương pháp ILS sẽ quá phức tạp, khó tìm pt thu gọn
- Phương pháp ILS:
 - B1: Tìm các pt thu gọn (RFE - **R**educed **F**orm **E**quations)
 - B2: Áp dụng OLS cho mỗi RFE $\Rightarrow \pi_i$
 - B3: Từ các π_i tính toán các ước lượng của các pt cấu trúc β_i

14

PHƯƠNG PHÁP TSLS (2 Stage Least of Square)

■ Ví dụ:

- Income (1): $Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{12}Y_{2t} + \gamma_{11}I_t + \gamma_{12}G_t + u_{1t}$
→ un-identified
- Money supply (2): $Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + u_{2t}$
→ over identified

→ không thể dùng OLS cho (2) và $\text{Cov}(y_{1t}, u_{2t}) \neq 0$

→ Tìm 1 biến Proxy thay cho Y_{1t} với điều kiện:

- Không có tương quan với u_{2t}
- Có tương quan mạnh với Y_{1t}

15

PHƯƠNG PHÁP 2SLS (2 Stage Least of Square)

2 Bước

■ Bước 1:

Hồi qui biến nội sinh có ở vế bên phải theo tất cả biến xác định trước (ngoại sinh + trễ)

$$\rightarrow Y_{1t} = \pi_0 + \pi_1 I_t + \pi_2 G_t + u_t$$

hay

$$\hat{Y}_{1t} = \hat{\pi}_0 + \hat{\pi}_1 I_t + \hat{\pi}_2 G_t$$

hay

$$\hat{Y}_{1t} = E[Y_{1t} \mid \text{các biến được xác định trước}]$$

(nếu R^2 của phương trình ước lượng này nhỏ thì biến proxy không tốt)

$$\Rightarrow Y_{1t} = \hat{Y}_{1t} + \hat{u}_t$$

16

PHƯƠNG PHÁP TSLS (2 Stage Least of Square)

2 Bước

- Bước 2: Thay Y_{1t} vào (2)

$$Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}(Y_{1t}^{\wedge} + u_t^{\wedge}) + u_{2t}$$

$$Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21} Y_{1t}^{\wedge} + (\beta_{21} u_t^{\wedge} + u_{2t})$$

$$Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21} Y_{1t}^{\wedge} + u_t^*$$

Vì $\text{Cov}(Y_{1t}^{\wedge}, u_t^*) = 0 \Rightarrow$ có thể dùng OLS

Ước lượng theo OLS

$$Y_{2t}^{\wedge} = \beta_{20}^{\wedge} + \beta_{21}^{\wedge} Y_{1t}^{\wedge}$$

17

PHƯƠNG PHÁP TSLS TRÊN EVIEW

Ví dụ:

1) $\text{Exp} = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Aid} + \alpha_2 \text{Inc} + \alpha_3 \text{Pop} + u$

2) $\text{Aid} = \beta_0 + \beta_1 \text{Exp} + \beta_2 \text{PS} + v$

18

PHƯƠNG PHÁP TSLS TRÊN EVIEW

Ví dụ:

$$1) \text{Exp} = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Aid} + \alpha_2 \text{Inc} + \alpha_3 \text{Pop} + u$$

$$2) \text{Aid} = \beta_0 + \beta_1 \text{Exp} + \beta_2 \text{PS} + v$$

19

VÍ DỤ

CÁCH 1

Quick

→ Estimation

→ Method TSLS

Exp C Aid Inc Pop

Instrument List

C Inc Pop PS

Hay

Quick

→ Estimation

→ Method TSLS

Aid C Exp PS

Instrument List

C Inc Pop PS

20

PHƯƠNG PHÁP TSLT TRÊN EVIEW

CÁCH 2

Object

→ New Object

→ System

Inst C Inc Pop PS

$$\text{Exp} = C(1) + C(2)*\text{Aid} + C(3)*\text{Inc} + C(4)*\text{Pop}$$

$$\text{Aid} = C(5) + C(6)*\text{Exp} + C(7)*\text{PS}$$