**Chương trình Giảng dạy Kinh tế Fulbright**
**Học kỳ Xuân, 2014**
**PHÂN TÍCH TÀI CHÍNH**

# ĐÁP ÁN THAM KHẢO BÀI TẬP 3

| Cổ phiếu | Suất sinh lợi kỳ vọng/năm, E(r) | Độ lệch chuẩn/năm, σ |
|---|---|---|
| X | 24% | 24% |
| Y | 12% | 12% |

$\rho_{XY} = 0{,}2$

$\sigma_{XY} = \sigma_X\sigma_Y\ \rho_{X,\,Y} = (24\%)*(12\%)*0{,}2 = 0{,}576\%$.

## Câu 1

**(i)** Suất sinh lợi kỳ vọng của danh mục đầu tư Q:

$E(r_Q) = w_X E(r_X) + (1 - w_X)E(r_Y) = 10\%*24\% + 90\%*12\% = 13{,}2\%$

Độ lệch chuẩn của danh mục Q:

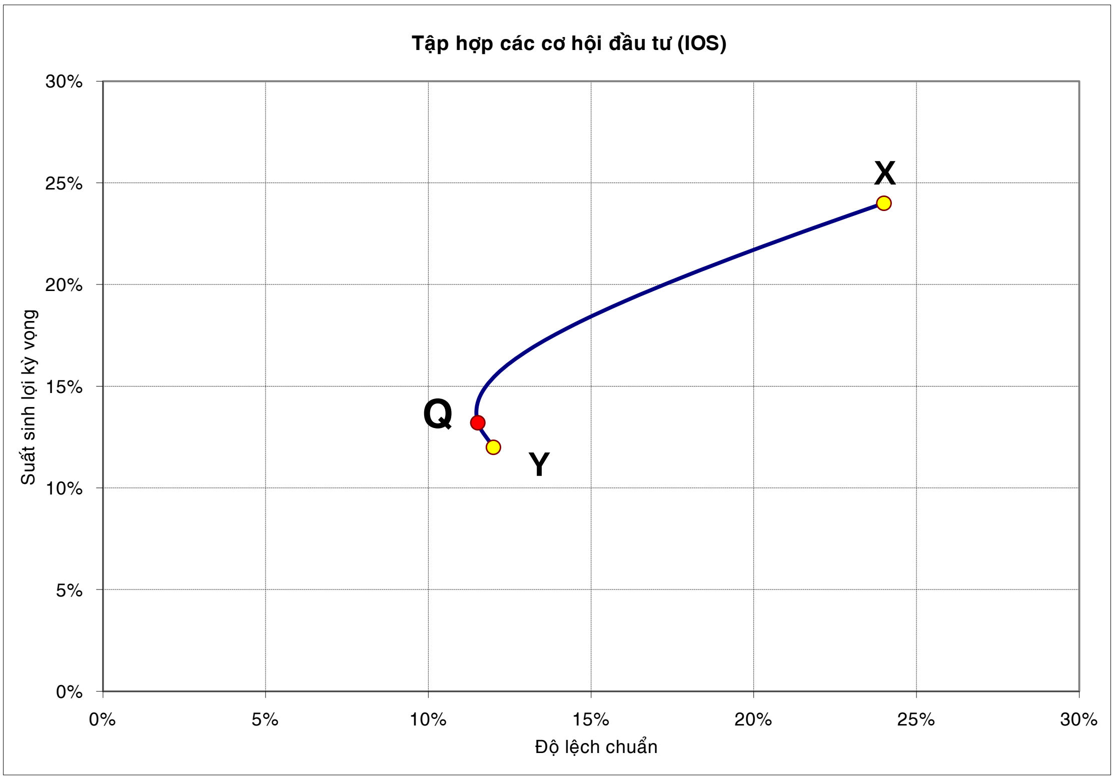
$$\begin{aligned}\sigma_Q^2 &= w^2{}_X\sigma^2{}_X + 2w_Xw_Y\sigma_{X,Y} + w^2{}_Y\sigma^2{}_Y\\ &= w^2{}_X\sigma^2{}_X + 2w_Xw_Y\sigma_X\sigma_Y\ \rho_{XY} + w^2{}_Y\sigma^2{}_Y\\ &=(10\%)^2*(24\%)^2 + 2*(10\%)*(90\%)*(24\%)*(12\%)*0{,}2 + (90\%)^{2*}(12\%)^2\\ &= 1{,}328\%\end{aligned}$$

$=> \sigma_Q = 11{,}522\%$

**(ii)**

**Các tỷ lệ đầu tư khác nhau vào 2 cổ phiếu**

| w(X) | w(Y) | E(r) | Sd(r) |
|---|---|---|---|
| 0% | 100% | 12,00% | 12,00% |
| 10% | 90% | 13,20% | 11,52% |
| 20% | 80% | 14,40% | 11,56% |
| 30% | 70% | 15,60% | 12,11% |
| 40% | 60% | 16,80% | 13,10% |
| 50% | 50% | 18,00% | 14,45% |
| 60% | 40% | 19,20% | 16,06% |
| 70% | 30% | 20,40% | 17,87% |
| 80% | 20% | 21,60% | 19,82% |
| 90% | 10% | 22,80% | 21,87% |
| 100% | 0% | 24,00% | 24,00% |




**(iii)** Gọi a là tỷ lệ đầu tư vào danh mục K. Ta có:

$\sigma^2_K = a^2\sigma_X^2 + 2a(1 - a)\sigma_{XY} + (1 - a)^2\sigma_Y^2$

$\sigma^2_K$ min khi $\partial\sigma^2_K/\partial a = 0$

$\Rightarrow \partial\sigma^2_K/\partial a = 2a\sigma_X^2 - 2(1 - a)\sigma_Y^2 + 2(1 - 2a)\sigma_{XY} = 0$

$\Rightarrow a = (2\sigma_{XY} - \sigma_Y^2)/(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\sigma_{XY}) = (\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})/(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\sigma_{XY}) = 14{,}29\%$

Danh mục có rủi ro tối thiểu:

$w_X^K = 14{,}29\%$ đầu tư vào X và $w_Y^K = 82{,}71\%$ đầu tư vào Y.

Áp dụng công thức tính suất sinh lợi kỳ vọng và độ lệch chuẩn, ta có:

$E(r_K) = w_X E(r_X) + (1 - w_X)E(r_Y) = 14{,}29\%*24\% + 85{,}71\%*12\% = 13{,}71\%$

$\sigma_K = (w^2_X\sigma^2_X + 2w_Xw_Y\sigma_{X,Y} + w^2_Y\sigma^2_Y)^{0,5} = 11{,}47\%$

**(iv)** Danh mục Q có suất sinh lợi kỳ vọng thấp hơn danh mục K. Vậy, Q nằm ở nhánh dưới của đường IOS.

Trên đồ thị ở phần (ii), ta kẻ đường thẳng qua Q và song song với trục tung, cắt đường IOS tại điểm R. Danh mục R có cùng độ lệch chuẩn nhưng suất sinh lợi kỳ vọng cao hơn so với Q.

$\sigma_R = (w^2{}_X\sigma^2{}_X + 2w_Xw_Y\sigma_{X,Y} + w^2{}_Y\sigma^2{}_Y)^{0,5} = 11,522\%$
Thế $w_Y = 1 - w_X$ và giải phương trên bậc 2 theo $w_X$ ta có 2 nghiệm của $w_X$ là 10% (danh mục Q) và 18,57% (danh mục R).

Vậy, R gồm 18,57% X và 81,43% Y.

Suất sinh lợi kỳ vọng của R :

$E(r_R) = w_XE(r_X) + (1 - w_X)E(r_Y) = 18,57\%*24\% + 81,43\%*12\% = 14,23\% > E(r_Q)$

**Câu 2**

**Ii)** Hàm thỏa dụng của Alpha là $U = E(r_p) - 2\sigma_p{}^2$

Cơ cấu của danh mục P: $w_X{}^P = b$ và $w_Y{}^P = 1 - b$.

$E(r_P) = b*E(r_X) + (1 - b)*E(r_Y) = [E(r_X) - E(r_Y)]b + E(r_Y)$

$\sigma_P{}^2 = (b^2\sigma^2{}_X + 2b(1 - b)\sigma_{XY} + (1 - b)^2\sigma^2{}_Y = (\sigma_X{}^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y{}^2)b^2 - 2(\sigma_Y{}^2 - \sigma_{XY})b + \sigma_Y{}^2$

Thế 2 biểu thức trên vào hàm thỏa dụng, ta có:

$U = \{[E(r_X) - E(r_Y)]b + E(r_Y)\} - [b^2(\sigma_X{}^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y{}^2) - 2(\sigma_Y{}^2 - \sigma_{XY})b + \sigma_Y{}^2]$
$= -(\sigma_X{}^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y{}^2)b^2 + [E(r_X) - E(r_Y) + 2(\sigma_Y{}^2 - \sigma_{XY})]b + E(r_Y) - \sigma_Y{}^2$

U max khi $\partial U/\partial b = 0$

$\Rightarrow \partial U/\partial x = -2(\sigma_X{}^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y{}^2)b + [E(r_X) - E(r_Y) + 2(\sigma_Y{}^2 - \sigma_{XY})] = 0$

$\Rightarrow b = [E(r_X) - E(r_Y) + 2(\sigma_Y{}^2 - \sigma_{XY})] / [2(\sigma_X{}^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y{}^2)]$
$= [24\% - 12\% + 2(24\%^2 - 0,576\%)] / [2(24\%^2 - 20,576\% + 12\%^2]$
$= 63,89\%$

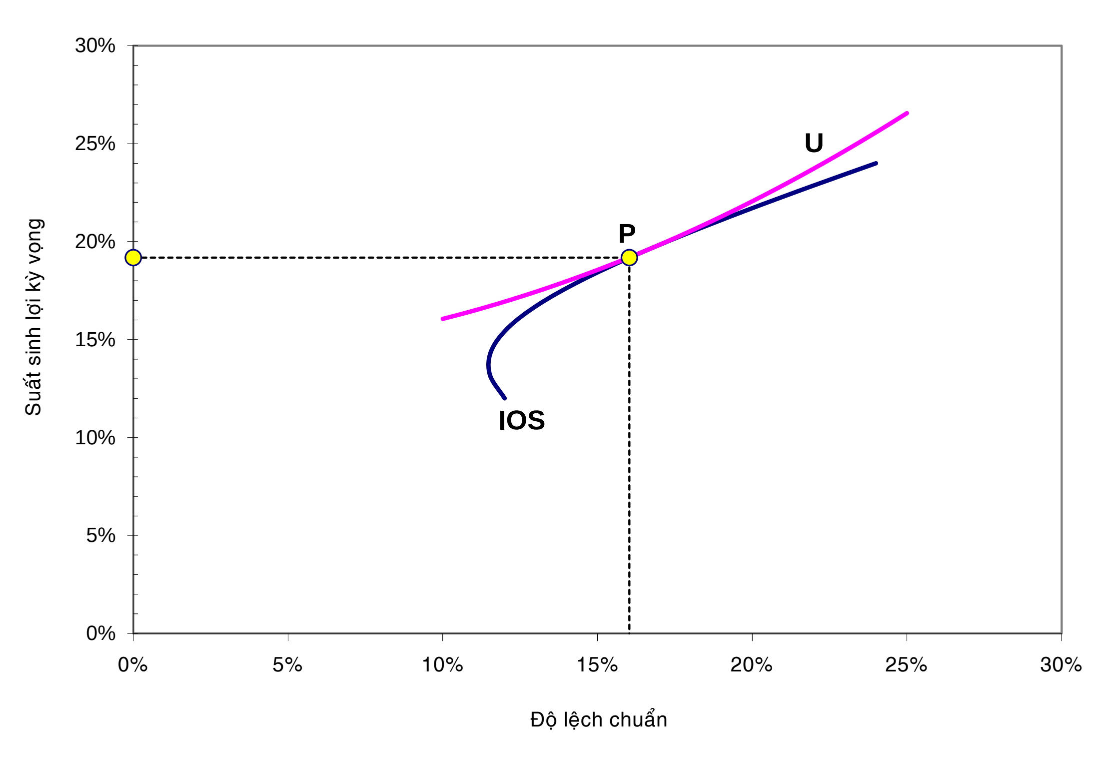
Vậy để có danh mục tối tưu, Alpha phải có tỷ lệ đầu tư vào X là 63,89% và Y là 36,11%.

**(ii)** Suất sinh lợi kỳ vọng của danh mục P:

$E(r_p) = w_XE(r_X) + (1 - w_X)(r_Y) = 63,89\%*24\% + 36,11\%*12\% = 19,67\%$

**(iii)** Độ lệch chuẩn suất sinh lợi của danh mục:
$\sigma_P = (w^2{}_X\sigma^2{}_X + 2w_Xw_Y\sigma_{X,Y} + w^2{}_Y\sigma^2{}_Y)^{0,5} = 16,75\%$

**(iv)**




**Câu 3**

**(i)** Đường phân bổ vốn đầu tư (CAL) ứng với lãi suất phi rủi ro 7%.

Nhà đầu tư sẽ chọn danh mục T trên đường IOS sao cho đường CAL vừa đúng tiếp xúc với IOS tại T. Vậy, tại điểm T thì độ dốc của CAL (tức là hệ số Sharpe) có giá trị lớn nhất.

**(ii)**

Cơ cấu của danh mục T: $w_X^T = c$ và $w_Y^T = 1 - c$.

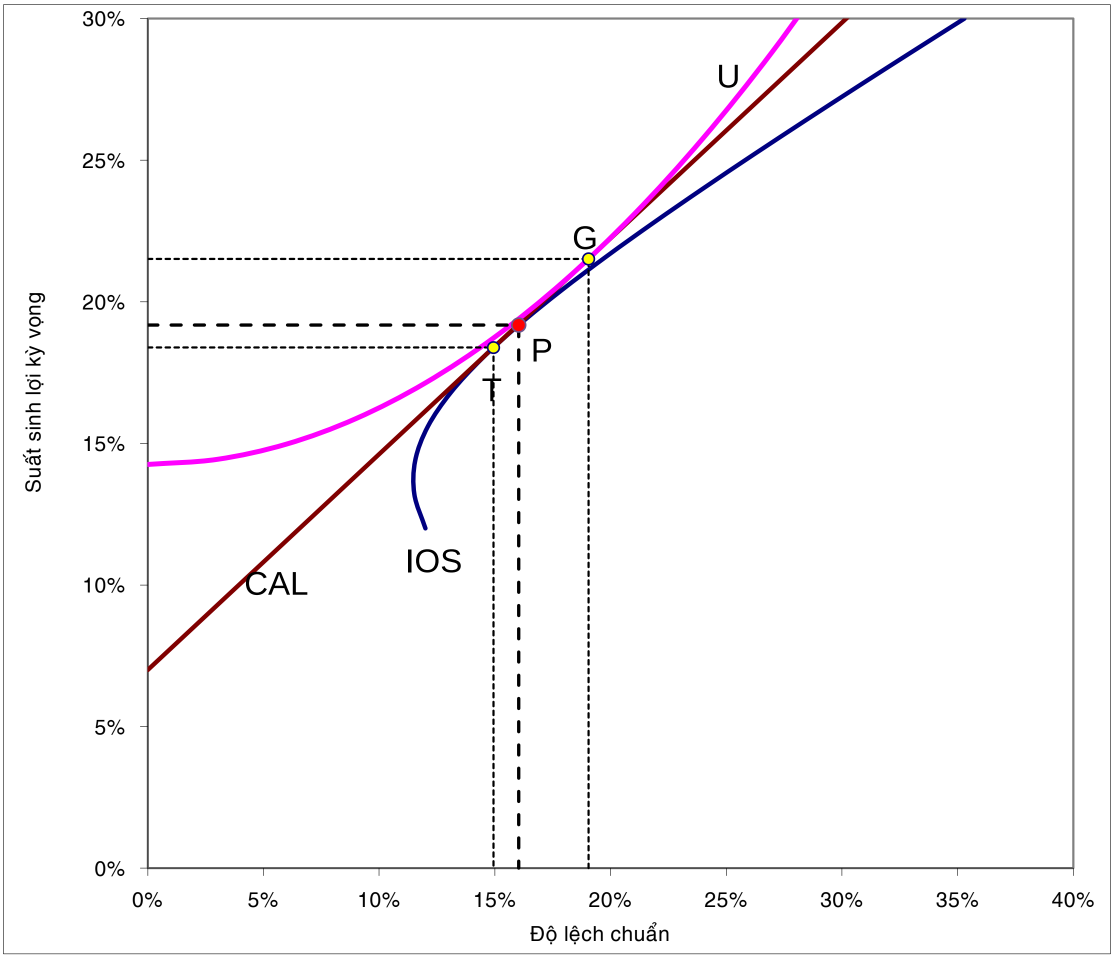
$E(r_t) = c*E(r_X) + (1 - c)*E(r_Y) = [E(r_X) - E(r_Y)]c + E(r_Y)$

$\sigma_t^2 = (c^2\sigma^2_X + 2c(1 - c)\sigma_{XY} + (1 - c)^2\sigma^2_Y = (\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)\, c^2 - 2(\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})c + \sigma_Y^2$

Độ dốc của đường CAL được biểu diễn bởi hệ số Sharpe:

$S_t = [E(r_t) - r_f]/\sigma_t$
$= \{[E(r_X) - E(r_Y)]c + E(r_Y) - r_f\} / [(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c^2 - 2(\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})c + \sigma_Y^2]^{0,5}$

$S_t$ đạt giá trị cực đại khi $\partial S_t/\partial c = 0$.




$\Rightarrow$ $[E(r_X) - E(r_Y)][(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c^2 - 2(\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})c + \sigma_Y^2]^{0,5} -$
$\{[E(r_X) - E(r_Y)]c + E(r_Y) - r_f\}[(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c - (\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})]$
$[(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c^2 - 2(\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})c + \sigma_Y^2]^{-0,5} = 0$

$\Rightarrow$ $[E(r_X) - E(r_Y)][(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c^2 - 2(\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})c + \sigma_Y^2] -$
$\{[E(r_X) - E(r_Y)]c + E(r_Y) - r_f\}[(\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)c - (\sigma_Y^2 - \sigma_{XY})] = 0$

$\Rightarrow$ $\{[E(r_X) - E(r_Y)](\sigma_Y^2 - \sigma_{XY}) + [E(r_Y) - r_f](\sigma_X^2 - 2\sigma_{XY} + \sigma_Y^2)\}c$
$= [E(r_X) - E(r_Y)]\sigma_Y^2 + [E(r_Y) - r_f][\sigma_Y^2 - \sigma_{XY}]$

$\Rightarrow$ Thay số, ta có: c = 53,19%

Vậy danh mục T gồm 53,19% X và 46,81% Y.

$E(r_t)$ = 18,38% và $\sigma_t$ = 14,94%.

Hệ số Sharpe: $S_t$ = 0,7619

Danh mục tối ưu (G) sẽ là tiếp điểm của đường CAL và đường đẳng dụng U để đạt độ thỏa dụng cao nhất. Tại đây độ dốc của đường (CAL) và (U) bằng nhau.

Ta có độ dốc của đường đẳng dụng bằng $[dr_G/d\sigma_G]_U = A\sigma_G = 4\sigma_G$

Độ dốc của đường CAL : $S_t = A\sigma_G \Rightarrow \sigma_G = S_t/A$ = 0,7619/4 = 19,05%

Trong cơ cấu danh mục G, gọi $w_0$ là tỷ lệ đầu tư vào tài sản phi rủi ro (gửi tiền vào ngân hàng); $(1 - w_0)$ là tỷ lệ đầu tư vào danh mục tiếp xúc T.

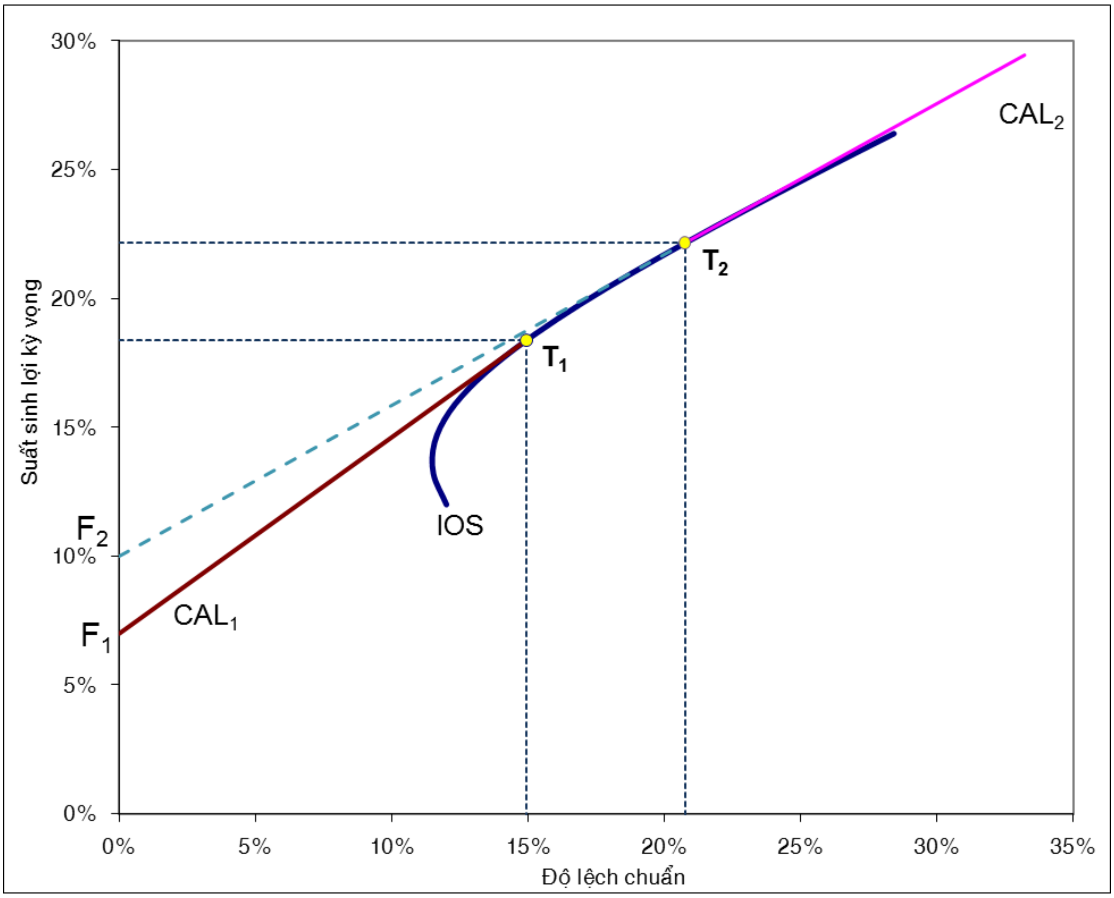
Ta có: $\sigma_G = (1 - w_0)\sigma_t \Rightarrow w_0 = 1 - \sigma_G/\sigma_t$ = 1 – 19,05%/14,94% = –27,5%

Kết quả trên có nghĩa là để chọn danh mục G, Alpha phải đi vay. Tuy nhiên, Alpha không thể đi vay với lãi suất 7%. Nói cách khác, danh mục G không khả thi.

Do đó, danh mục tối ưu của Alpha vẫn là P, ở đó Alpha đầu tư toàn bộ số tiền vào hai cổ phiếu với tỷ lệ 63,89% X và 36,11% Y.

**Câu 4**

**(i)**




$CAL_1$ ứng với lãi suất phi rủi ro 7% và tiếp xúc với IOS tại $T_1$.

$CAL_2$ ứng với lãi suất phi rủi ro 10% và tiếp xúc với IOS tại $T_2$.

Đường phân bổ vốn CAL bây giờ gồm 3 đoạn: $F_1T_1$; $T_1T_2$ (trùng với IOS) và $T_2CAL_2$.

**(ii)**

a. Tại $F_1$ Alpha gửi toàn bộ tiền vào ngân hàng.

b. Trên $F_1T_1$, Alpha gửi một phần tiền vào ngân hàng và phần còn lại vào danh mục $T_1$.

c. Trên đường con $T_1T_2$, Alpha đầu tư toàn bộ tiền vào 2 cổ phiếu.

d. Trên tia $T_2CAL_2$, Alpha vay tiền và cộng thêm với tiền tự có để đầu tư vào danh mục $T_2$.

**(iii)**

Danh mục $T_1$ chính là danh mục T ở câu 3. $T_1$ gồm 53,19% X và 46,81% Y.

Ta xác định danh mục $T_2$ theo đúng cách làm như ở câu 3, nhưng lãi suất phi rủi ro bây giờ là 10% thay vì 7%. $T_2$ gồm 84,62% X và 15,38% Y.

$E(r_{t2})$ = 22,15% và $\sigma_{t2}$ = 20,76%.

Hệ số Sharpe: $S_{t2}$ = 0,5856

Nếu đi vay, danh mục tối ưu (E) sẽ là tiếp điểm của đường $CAL_2$ và đường đẳng dụng U để đạt độ thỏa dụng cao nhất. Tại đây độ dốc của đường ($CAL_2$) và (U) bằng nhau.

Ta có độ dốc của đường đẳng dụng bằng $[dr_E/d\sigma_E]_U = A\sigma_E = 4\sigma_E$

Độ dốc của đường CAL : $S_{t2} = A\sigma_E \Rightarrow \sigma_E = S_t/A$ = 0,5856/4 = 14,64%.

Trong cơ cấu danh mục E, gọi $w_E$ là tỷ lệ đầu tư vào tài sản phi rủi ro (gửi tiền vào ngân hàng); $(1 - w_E)$ là tỷ lệ đầu tư vào danh mục tiếp xúc $T_2$.

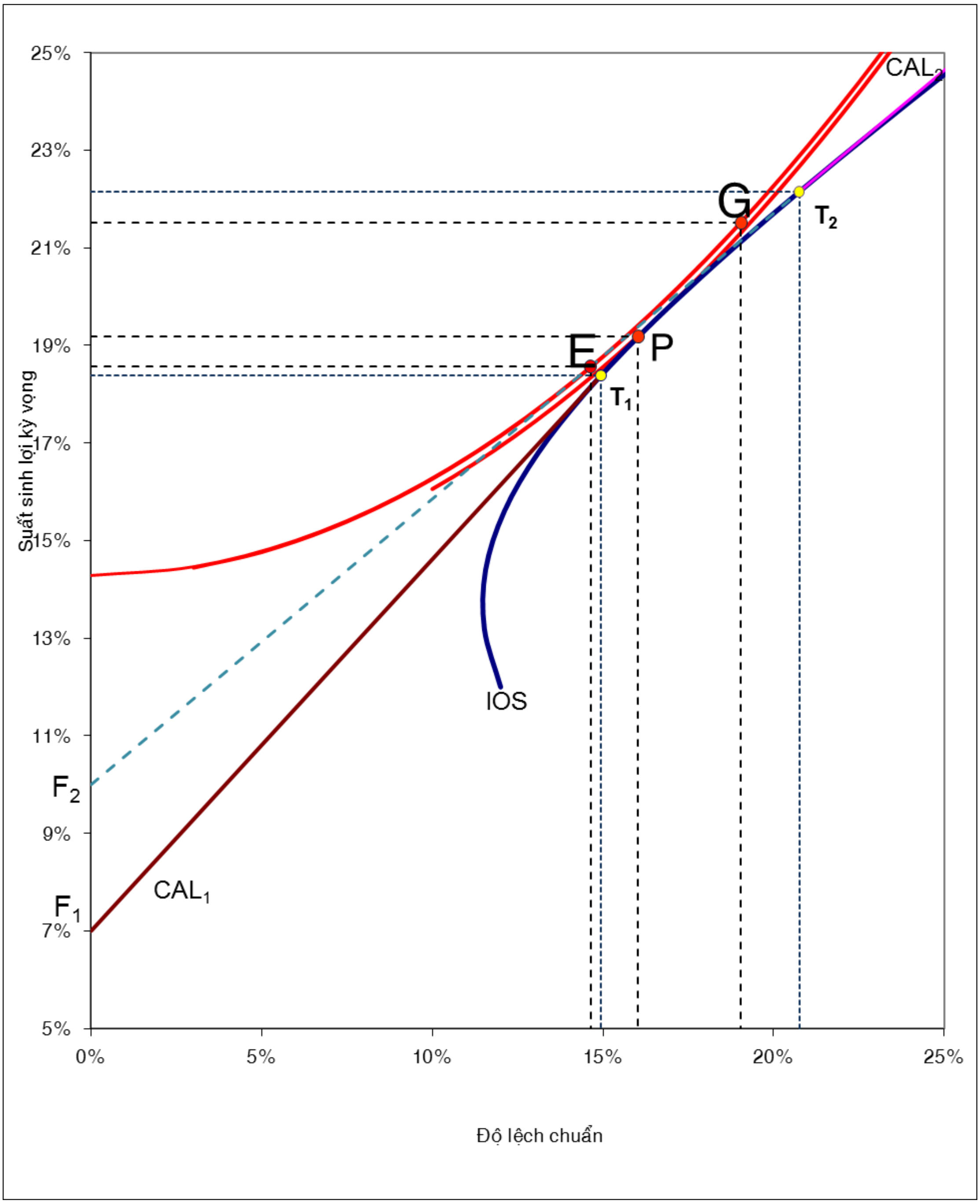
Ta có: $\sigma_E = (1 - w_E)\sigma_{t2} \Rightarrow w_E = 1 - \sigma_E/\sigma_{t2}$ = 1 – 14,64%/20,76% = 29,47%

Kết quả trên có nghĩa là để chọn danh mục E, Alpha lại gửi tiền ngân hàng. Nhưng, Alpha không thể gửi tiền ngân hàng với lãi suất 10%. Nói cách khác, danh mục E không khả thi.

Do đó, danh mục tối ưu của Alpha vẫn là P, ở đó Alpha đầu tư toàn bộ số tiền vào hai cổ phiếu với tỷ lệ 63,89% X và 36,11% Y.

Đồ thị ở trang sau cho thấy :

- Ứng với lãi suất tiền gửi 7%, thì Alpha muốn đầu tư tại G, nhưng G lại không khả thi.
- Ứng với lãi suất cho vay 10%, thì Alpha muốn đầu tư tại E, nhưng E cũng không khả thi.
- Danh mục tối ưu vẫn là ở P.


25%
23%
21%
19%
17%
15%
13%
11%
9%
7%
5%
0%
5%
10%
15%
20%
25%
Suất sinh lợi kỳ vọng
Độ lệch chuẩn
CAL2
G
T2
E
P
T1
IOS
F2
F1
CAL1

**Câu 4**

**(i)** Áp dụng CAPM, ta có:

$\beta_X = [E(r_X) - r_f]/[E(r_M) - r_f] = (24\% - 7\%)/(15\% - 7\%) = 2{,}125$

$\beta_Y = [E(r_Y) - r_f]/[E(r_M) - r_f] = (12\% - 7\%)/(15\% - 7\%) = 0{,}625$

**(ii)**

Dựa vào các thông tin đã cho, ta không xác tính được $\sigma_M$. M là danh mục rủi ro nên $\sigma_M > 0$.

Ta lập một danh mục L gồm X và Y sao cho L có suất sinh lợi kỳ vọng bằng danh mục thị trường M.

Gọi w là tỷ trọng đầu tư vào X trong danh mục L.

$w = [E(r_M) - E(r_Y)]/ [E(r_X) - E(r_Y)] = (15\% - 12\%)/(24\% - 12\%) = 0{,}25$

Độ lệch chuẩn suất sinh lợi của L:

$\sigma_L = [w^2\sigma_X^2 + 2w(1 - w)\sigma_{XY} + (1 - w)^2\sigma_Y^2]^{0,5} = 11{,}77\%$

L và M có cùng suất sinh lợi kỳ vọng. M là danh mục thị trường nên được đa dạng hóa tốt hơn so với L (chỉ gồm 2 cổ phiếu).

Vậy, độ lệch chuẩn suất sinh lợi (đo rủi ro tổng cộng) của M phải nhỏ hơn của L.

$\sigma_M < 11{,}77\%$

Ta có thể biểu diễn rủi ro tổng cộng của X theo công thức :

$\sigma_X^2 = \beta_X^2\sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon x}^2$

Vì X là cổ phiếu có rủi ro đặc thù nên $\sigma_{\varepsilon x}^2 > 0$.

Vậy, $\beta_X^2\sigma_M^2 < \sigma_X^2 \Rightarrow \sigma_M < \sigma_X/\beta_X = 24\%/2{,}125 = 11{,}29\%$.

Tóm lại, độ lệch chuẩn suất sinh lợi của M nằm trong khoảng (0; 11,29%).