

BÀI GIẢNG 3 VÀ 4

LỰA CHỌN TRONG ĐIỀU KIỆN KHÔNG CHẮC CHẮN

Từ trước tới giờ, khi phân tích hành vi của người tiêu dùng chúng ta giả định rằng người tiêu dùng biết chắc chắn mức giá của mọi mặt hàng và thu nhập của mình. Tuy nhiên, trong thực tế người tiêu dùng gặp phải rất nhiều tình huống lựa chọn trong đó mức giá và/ hoặc mức thu nhập là không chắc chắn. Nói cách khác, khi nghiên cứu hành vi của người tiêu dùng chúng ta đối diện với một lớp bài toán mới trong đó phương pháp tìm điểm tiêu dùng tối ưu trình bày trong các chương trước không còn thích hợp nữa, hoặc giả chúng ta vẫn muốn sử dụng các phương pháp ấy thì chúng phải được biến đổi cho thích hợp. Trước khi giới thiệu bài toán lựa chọn trong điều kiện không chắc chắn, chúng ta phải định nghĩa chính xác thế nào là một sự kiện không chắc chắn

Định nghĩa 1: Sự kiện không chắc chắn là sự kiện có thể nhiều kết cục trong đó có thể tính toán được xác suất xảy ra của mỗi kết cục.^{1 2}

Bây giờ chúng ta cùng xem xét một số trường hợp trong đó một người phải ra quyết định trong những điều kiện không chắc chắn.

Ví dụ 1: Nghịch lý Ellsberg. Trong một hộp kín có 300 quả bóng, trong đó có 100 quả màu trắng, 200 quả còn lại màu đỏ và xanh nhưng không biết chính xác có bao nhiêu quả màu đỏ và bao nhiêu quả màu xanh.

Luật chơi như sau. Mỗi người được chọn tham gia 1 trong 2 trò chơi sau:

- Trò chơi A: Bạn sẽ thắng 100\$ nếu quả bóng rút ra màu trắng
- Trò chơi B: Bạn sẽ thắng 100\$ nếu quả bóng rút ra có màu đỏ

Nếu tiến hành thí nghiệm này trong lớp học, kết quả thường gặp sẽ là *phần lớn học viên thích Trò chơi A hơn Trò chơi B* với lý do là khi chơi trò chơi A, họ biết chắc xác suất thắng và thua

¹ Knight phân biệt giữa may rủi (risk) và bất định (uncertainty). Trong các tình huống *may rủi* (hay mạo hiểm), chúng ta có thể tính được xác suất xảy ra của các kết cục. Ngược lại, trong tình huống *bất định*, chúng ta không thể tính được xác suất này.

² Có hai loại xác suất: khách quan và chủ quan. Xác suất khách quan (chủ quan) là xác suất trong đó chúng ta có thể (không thể) sử dụng các phương pháp xác suất và thống kê để tính toán xác suất. Đối với xác suất chủ quan người ra quyết định phải phán đoán, và tất nhiên là các phán đoán chủ quan này phụ thuộc vào kinh nghiệm, tri thức, thông tin, khả năng phân tích và xử lý thông tin v.v. của người ra quyết định. Một hệ quả tất yếu là xác suất chủ quan thường khác nhau. Trong chương này, chúng ta không cần thiết phân biệt một cách rạch ròi xác suất mà ta đang sử dụng là chủ quan hay khách quan. Chủ đề này sẽ được thảo luận ở một chương khác.

cược. Ngược lại, vì không ai biết chính xác có bao nhiêu quả bóng màu đỏ và bao nhiêu quả bóng màu xanh nên không ai biết chắc chắn về xác suất thắng và thua.

Giả sử bây giờ đổi luật chơi một chút như sau. Mỗi người được chọn chơi 1 trong 2 trò sau:

- Trò chơi C: Bạn thắng 1 triệu nếu quả bóng rút ra không phải màu trắng
- Trò chơi D: Bạn thắng 1 triệu nếu quả bóng rút ra không phải màu đỏ

Thường thì đa số học viên sẽ chọn Trò chơi C với lý do tương tự như trên. Chúng ta có thể chứng minh được rằng những người thích A hơn B và thích C hơn D có vẻ như đã “vi phạm” những giả định cơ bản của lý thuyết xác suất. [Tại sao vậy?] Tuy nhiên, điểm chính chúng ta muốn rút ra từ ví dụ này chỉ là ***nói chung, người ta không thích mạo hiểm!*** Khi phải chọn giữa A và B, đa số chọn A vì chúng ta biết chắc chắn xác suất của Trắng là 1/3, trong khi xác suất của đỏ không thể biết chắc chắn. Cũng tương tự như vậy, nếu phải chọn giữa C và D thì đa số sẽ chọn C vì xác suất của « không trắng » có thể tính được một cách chính xác là 2/3, trong khi xác suất của « không đỏ » không thể biết chính xác. Qua thí nghiệm trên, chúng ta cũng thấy ***thái độ đối với mạo hiểm của mọi người thường không giống nhau.***

Bản tính của con người là thường ưa những gì chắc chắn và đồng thời muốn tránh những điều may rủi và bất trắc. Tuy nhiên, trong đời sống hàng ngày, chúng ta đối diện với rất nhiều tình huống ra quyết định trong đó chúng ta không biết chắc kết cục của các tình huống ấy là như thế nào. Để ra những quyết định như vậy, hiển nhiên một yêu cầu đặt ra là đo lường mức độ may rủi của các lựa chọn, và trên cơ sở đó chọn phương án có độ may rủi thấp nhất (với các điều kiện khác như nhau).

Ví dụ 2: Trò chơi tung đồng xu. Luật chơi như sau. Bạn có thể đặt cược 10.000 đồng cho mặt sấp hay ngửa. Nếu trúng, bạn sẽ thắng 10.000 đồng, còn nếu thua thì bạn mất khoản tiền đặt cược. Bạn có tham gia trò chơi này không?

Bây giờ nếu luật chơi thay đổi, nếu trúng bạn sẽ được thêm 20.000 đồng, còn thua thì mất khoản tiền đặt cược. Bạn có tham gia trò chơi này không?

Bạn sẽ tham gia trò chơi trong đó, nếu trúng bạn được 5.000 đồng, còn khi thua bạn mất khoản tiền đặt cược?

Bạn sẽ thấy rằng quyết định tham gia trò chơi của bạn phụ thuộc vào giá trị *thu nhập tăng thêm trung bình* (hay kỳ vọng) nếu tham gia. Nếu đồng xu là tròn đều và đồng chất thì xác suất thấy mặt sấp và ngửa là bằng nhau và bằng 0.5. Như vậy, trong trường hợp đầu tiên, giá trị thu nhập tăng thêm kỳ vọng là 0; trong trường hợp thứ 2 là + 5.000 đồng; còn trong trường hợp cuối cùng

là – 2.500 đồng. Như vậy ta thấy rằng một trong những thước đo *đo lường sự hấp dẫn* của trò chơi may rủi là giá trị kỳ vọng của phần thu nhập tăng thêm so với khi không tham gia trò chơi. Trong lý thuyết xác suất và thống kê, giá trị trung bình này được gọi là giá trị kỳ vọng và được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 2: *Giá trị kỳ vọng* của một tình huống là *biên quân gia quyền* giá trị của các kết cục có thể xảy ra, trong đó trọng số (hay quyền số) là xác suất xảy ra của mỗi kết cục.

Công thức tính giá trị kỳ vọng: $\bar{X} = p_1X_1 + p_2X_2 + p_3X_3 + \dots + p_nX_n$

trong đó $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ là các giá trị có thể (kết cục) của đại lượng ngẫu nhiên X , và $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ là các xác suất tương ứng.

Nếu bài toán lựa chọn trong điều kiện không chắc chắn của người tiêu dùng chỉ đơn giản như trò chơi tung đồng xu như thế này thì chúng ta không phải tốn nhiều thời gian để nghiên cứu. Bây giờ hãy cùng xem xét một bài toán thú vị hơn để từ đó hiểu rõ hơn về hành vi ứng xử của con người khi đối diện với các tình huống may rủi.

Ví dụ 3: Trò chơi tung đồng xu. Bạn có thể đặt cược 10.000 đồng cho mặt sấp hay ngửa. Nếu trúng, bạn sẽ thắng 10.000 đồng, còn nếu thua thì bạn mất khoản tiền đặt cược. Bạn có tham gia trò chơi này không?

Bây giờ thay đổi luật một chút. Bạn có thể đặt cược 100.000 đồng cho mặt sấp hay ngửa. Nếu trúng, bạn sẽ thắng 100.000 đồng, còn nếu thua thì bạn mất khoản tiền đặt cược. Bạn có tham gia trò chơi này không?

Ví dụ 4 : Bảo hiểm. Giả sử bạn có một chiếc xe máy trị giá 10 triệu đồng. Một công ty mời bạn mua bảo hiểm với điều kiện như sau : Hàng năm bạn phải đóng một khoản phí bảo hiểm nhất định, đổi lại nếu bạn bị mất xe, công ty bảo hiểm sẽ bồi hoàn cho bạn 8 triệu đồng (tức là 80% giá trị của xe). Mức phí bảo hiểm cao nhất mà bạn chấp nhận là bao nhiêu ?

Bây giờ giả sử bạn đọc báo Công an nhân dân và biết rằng trong năm vừa qua, tỉ lệ mất cắp xe máy trên địa bàn thành phố là 0.1% (tức là cứ 1000 xe máy thì có 1 xe bị đánh cắp). Thông tin mới này ảnh hưởng thế nào tới quyết định về mức phí bảo hiểm tối đa mà bạn chấp nhận?

Bây giờ chúng ta thử áp dụng phương pháp toán để hỗ trợ cho việc ra quyết định của bạn. Để đơn giản, chúng ta giả sử rằng độ thỏa dụng được đo lường trực tiếp bằng đơn vị tiền tệ.³ Chúng ta phải so sánh giữa 2 trường hợp : Trường hợp mua bảo hiểm và không mua bảo hiểm.

Nếu mua bảo hiểm, giá trị kỳ vọng sẽ là :

$$EV_{BH} = (99,9\%) 10\text{tr} + (0,1\%) 8\text{tr} - BH, \text{ trong đó } BH \text{ là phí bảo hiểm}$$

Còn nếu không mua bảo hiểm, giá trị kỳ vọng sẽ là :

$$EV_{KBH} = (99,9\%) 10\text{tr} + (0,1\%) 0 = (99,9\%) 10\text{tr}$$

Như vậy, nếu chỉ căn cứ vào mức độ kỳ vọng để ra quyết định thì bạn sẽ mua bảo hiểm nếu như $EV_{BH} > EV_{KBH}$, tức là nếu như $BH < 8.000$ đồng. Mức phí 8.000 đồng này được gọi là *phí bảo hiểm công bằng* (fair insurance fee).

Sau khi thực hiện tất cả các phép tính này, chúng ta thử tự hỏi lại xem *mức giá bảo hiểm tối đa mà ta chấp nhận* là bao nhiêu ? Và nếu giá bảo hiểm không phải là 8.000 đồng mà là 10.000 đồng thì liệu chúng ta có sẵn sàng mua bảo hiểm hay không ?

Từ việc làm thí nghiệm này ở trên lớp, chúng ta có thể rút ra một vài nhận xét ban đầu liên quan trực tiếp đến bài toán chúng ta đang xem xét như sau :

Thứ nhất, tại sao chúng ta mua bảo hiểm ? [*câu về bảo hiểm*] Chúng ta mua bảo hiểm là để *giảm sự biến thiên về mức độ tiêu dùng*. Lưu ý rằng chỉ cần bỏ ra 8.000 đồng một năm là chúng ta không sợ trắng tay khi mất xe nữa. Như vậy, *độ biến thiên* hay *phương sai* là một trong những thước đo tính mạo hiểm.

Trong thống kê, người ta dùng *phương sai* để đo độ biến thiên của một đại lượng ngẫu nhiên. « Biến thiên » ở đây hàm nghĩa *biến thiên so với giá trị trung bình* (hay giá trị kỳ vọng). Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên X được tính theo công thức sau :

$$Var(X) = p_1 (X_1 - \bar{X})^2 + p_2 (X_2 - \bar{X})^2 + p_3 (X_3 - \bar{X})^2 + \dots + p_n (X_n - \bar{X})^2$$

Chúng ta cũng có thể tự hỏi rằng vậy các công ty bảo hiểm kinh doanh có lợi nhuận trên cơ sở nào ? [*cung về bảo hiểm*] Một công ty bảo hiểm kinh doanh có lãi là nhờ vào 2 điều kiện quan trọng : (i) *người bảo hiểm sợ và muốn tránh rủi ro* và do đó chấp nhận trả một khoản phí vượt trội so với khoản phí bảo hiểm công bằng ; và (ii) *có nhiều người cùng muốn mua bảo hiểm* vì khi ấy quy luật số lớn phát huy tác dụng. Nếu có nhiều khách hàng thì công ty sẽ tính được xác

³ Giả định này chỉ nhằm mục đích đơn giản hóa ví dụ minh họa. Trong một phần sau, bài toán bảo hiểm sẽ được nghiên cứu lại một cách đầy đủ và chu đáo hơn sau khi chúng tôi đã trình bày hàm thỏa dụng của người thích, ghét và bàng quan đối với mạo hiểm.

suất một cách chính xác hơn, và nhờ đó có thể tính biểu giá bảo hiểm sao cho có lợi nhuận. Hơn nữa, khi có nhiều khách hàng, chi phí cố định phân bổ cho mỗi khách hàng cũng sẽ nhỏ hơn.

Từ thí nghiệm trên lớp chúng ta thấy rằng mức giá bảo hiểm mà mọi người chấp nhận là khác nhau. Điều này gợi ý rằng *thái độ của người ta đối với may rủi không giống nhau*. Có một số người ưa các trò may rủi trong khi có nhiều người rất ghét những trò này. Một câu hỏi đặt ra là *vậy những người thích may rủi có đặc điểm gì giống nhau ? Tương tự như vậy, những người ghét (hay bàng quan) với may rủi có điểm gì chung ?*

Để tiện cho việc thảo luận, chúng ta đưa ra định nghĩa về người thích, ghét, và bàng quan đối với may rủi như sau.

Định nghĩa 3 : *Người ghét (hay thích) may rủi* là người, khi được phép chọn giữa một tình huống chắc chắn và một tình huống không chắc chắn có giá trị kỳ vọng tương đương, sẽ chọn (hay không chọn) tình huống chắc chắn. Còn *người bàng quan với may rủi* chỉ quan tâm tới giá trị kỳ vọng mà không để ý tới tính may rủi của tình huống.

Từ định nghĩa này, chúng ta có thể nói gì về hàm thỏa dụng của ba nhóm người này ?

Tính chất hàm thỏa dụng của nhóm người ghét may rủi

Trong ví dụ 3 ở trên ta dùng đơn vị tiền để đo mức thỏa dụng. Tuy nhiên, thu nhập bằng tiền của một người chỉ là phương tiện để người ấy thỏa mãn các nhu cầu của mình. Vì thế từ đây trở đi, chúng ta giả sử rằng độ thỏa dụng là hàm số của thu nhập: $U = U(I)$.

Giả sử rằng, tùy thuộc vào sự may rủi trong tháng mà thu nhập của Kim có thể nhận một trong 2 giá trị I_1 và I_2 với xác suất tương ứng là α và $(1 - \alpha)$, trong đó $0 < \alpha < 1$. Như vậy, thu nhập kỳ vọng của Kim là : $\alpha I_1 + (1 - \alpha) I_2$.

Bây giờ giả sử rằng Kim có thêm một lựa chọn nữa, trong đó anh ta nhận được thu nhập đúng bằng $\alpha I_1 + (1 - \alpha) I_2$ một cách chắc chắn. Để tiện cho việc trình bày, lựa chọn 1 được ký hiệu là $[(I_1, \alpha) ; (I_2, 1 - \alpha)]$; và lựa chọn 2 được ký hiệu là $[\alpha I_1 + (1 - \alpha) I_2, 1]$. Câu hỏi đặt ra là : Đối diện với 2 khả năng trên, nếu Kim là người ghét may rủi thì anh ta sẽ lựa chọn như thế nào ?

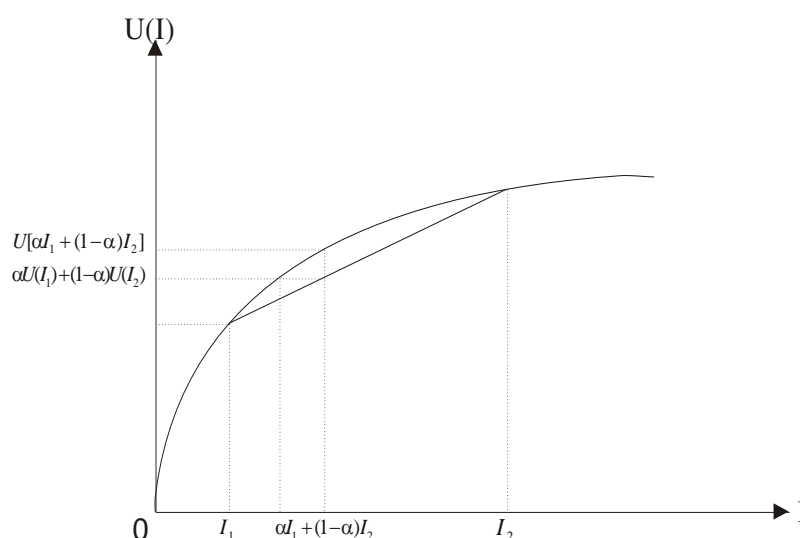
Theo định nghĩa về người ghét may rủi, với *mọi giá trị của α* nằm trong khoảng $(0, 1)$ ta đều có:

$$[\alpha I_1 + (1 - \alpha) I_2, 1] \succ [(I_1, \alpha); (I_2, 1 - \alpha)] \Leftrightarrow U(\alpha I_1 + (1 - \alpha) I_2) > \alpha U(I_1) + (1 - \alpha) U(I_2)$$

Chúng ta có thể diễn giải bất đẳng thức trên theo 2 cách. Cách thứ nhất là theo định nghĩa, tức là *người ghét may rủi có mức thỏa dụng cao hơn khi chọn kết cục chắc chắn* (có cùng giá trị kỳ vọng).

Chúng ta cũng lại có diễn giải bất đẳng thức trên theo hướng khác : *Để đổi lấy một kết cục chắc chắn với mức thỏa dụng đúng bằng mức thỏa dụng của tình huống mạo hiểm, người ghét mạo hiểm sẵn sàng chấp nhận một kết cục với giá trị kỳ vọng thấp hơn giá trị kỳ vọng của tình huống mạo hiểm.* Nếu nhìn từ một góc độ ngược lại thì ta cũng thấy rằng để người ghét mạo hiểm chấp nhận một tình huống rủi ro thì người ấy phải được bù đắp bằng một phần thưởng phụ thêm nào đó - thường được gọi là phần bù hay phần thưởng cho rủi ro (risk premium).

Nếu minh họa hai cách lý giải này bằng đồ thị thì ta sẽ thấy rằng *đồ thị hàm thỏa dụng của một người ghét may rủi là một đường cong lõm.*



Hình 5.1. Đường đẳng dụng của một người ghét may rủi

Tính chất hàm thỏa dụng của người thích và bàng quan với may rủi

Tương tự như trên, ta có thể chứng minh rằng *đồ thị hàm thỏa dụng của người thích may rủi là một đường cong lõm* ; còn *đồ thị hàm thỏa dụng của người bàng quan với may rủi là một đường thẳng*.

Mức thưởng cho sự mạo hiểm (risk premium) của những người không ưa mạo hiểm

Những người ghét may rủi không thích mạo hiểm, vậy đề khuyến khích họ chấp nhận một sự mạo hiểm nào đấy, tất nhiên là chúng ta cần có một khuyến khích nhất định nào đối với họ. Trong phạm vi của kinh tế học nói chung và của chương này nói riêng, chúng ta thường chỉ giới hạn vào những khuyến khích vật chất (nói như thế không có nghĩa là những khuyến khích tinh thần và tâm linh là không quan trọng trong đời sống của mỗi chúng ta.)

Xem hình vẽ 5.4 trang 175. Có hai cách đọc đồ thị này:

Cách thứ 1: Vì Kim là một người ghét may rủi $(20, 1) \succ (10, 0.5; 30, 0.5)$ nên để khuyến khích Kim chọn tình huống $(10, 0.5; 30, 0.5)$, ta phải cho Kim thêm 1 khoản tiền là $CF = 20 - 15 = \$5$. CF được gọi là phần thưởng (hay phần bù) cho sự mạo hiểm (hay rủi ro).

Cách thứ 2: Cũng vì Kim là người ghét may rủi nên $U(20, 1) = 17 > U(10, 0.5; 30, 0.5) = 14$. Như vậy, khi Kim được chọn tình huống chắc chắn, mức thỏa dụng của Kim tăng lên (trong ví dụ này là 3 đơn vị = DF) so với tình huống không chắc chắn.

Ví dụ 4: « *Tội ác và trừng phạt* », SGK tr.177.

Ví dụ 5: *Giá trị của mạng sống là vô hạn hay hữu hạn?*

Trong thời gian xuất hiện bệnh bò điên ở Anh, người tiêu dùng sợ ăn thịt bò vì không biết chắc thịt bò mà mình mua ở siêu thị có bị nhiễm vi-rút hay không. Thịt bò ở các siêu thị vì thế bị ế nặng nề. Để giải quyết tình trạng ứ đọng này, các siêu thị ở Anh quyết định đại hạ giá thịt bò, và kết quả thật đáng kinh ngạc: chỉ trong một thời gian ngắn, số lượng thịt bò tồn kho đã được giải quyết! Ví dụ này cho thấy rằng, những người tiêu dùng mua thịt bò không gán cho mạng sống của mình một giá trị vô hạn! Chúng ta hãy cùng thử ước lượng giá trị mạng sống của những người tiêu dùng này thông qua việc quan sát hành vi tiêu dùng của họ.

Ngân sách dành cho việc mua thịt của 1 người tiêu dùng là M và người ấy có hai lựa chọn: hoặc mua, hoặc không mua thịt bò *bị nghi* nhiễm vi-rút. Giả sử xác suất nhiễm vi-rút của thịt bò bán tại một siêu thị nào đó là p ($0 < p < 1$). Để đơn giản hóa việc phân tích, giả sử thêm rằng nếu ăn phải thịt bò bị nhiễm vi-rút thì người tiêu dùng chắc chắn sẽ bị nhiễm vi-rút và tử vong.⁴ Khi ấy mức thỏa dụng của người ấy bằng $U(V)$. Trong trường hợp thịt bò không bị nhiễm vi-rút, độ thỏa dụng của người tiêu dùng là $U(\bar{V}) = U(B) + U(L)$; trong đó $U(B)$ là độ thỏa dụng thu được từ việc ăn thịt bò, còn $U(L)$ là độ thỏa dụng thu được khi người ấy không bị nhiễm vi-rút và được tiếp tục sống.

Giả sử đứng trước hai lựa chọn, hoặc mua hoặc không mua thịt bò bị nghi nhiễm vi-rút, 1 người tiêu dùng chọn mua thịt bò. Khi ấy ta có bất đẳng thức sau:

$$U(M) \leq pU(V) + (1 - p)U(\bar{V}) = pU(V) + (1 - p)[U(B) + U(L)]$$

hay:

$$U(L) \leq \frac{p}{1-p}U(V) + U(B) - \frac{1}{1-p}U(M) < \infty$$

⁴ Lưu ý rằng giả định này không hề ảnh hưởng tới tính đúng đắn của điều cần chứng minh rằng mọi người thường gán cho mạng sống của mình một giá trị hữu hạn.

Đây không phải là một ví dụ cá biệt. Hãy quan sát cuộc sống xung quanh và chúng ta sẽ thấy trong cuộc sống hàng ngày chúng ta bắt gặp rất nhiều hiện tượng tương tự trong đó chúng ta đang “đánh bạc” với cuộc sống của mình theo một nghĩa nào đó. Khi ăn thịt gà trong lúc dịch cúm gia cầm đang tồn tại, và trên các phương tiện thông tin thịnh thoảng lại có thông báo về một ca tử vong vì H5N1 là ta đã chấp nhận “đánh bạc” với tính mạng của mình. Bạn có thấy rằng khi xách xe ra đường là ta đã chấp nhận một xác suất bị tai nạn giao thông nào đó? [chỉ cần theo dõi thời sự hàng ngày với những tin về tai nạn giao thông và số lượng nạn nhân là chúng ta có thể thấy rất rõ điều này]. Các nhà tổ chức thi công các công trình xây dựng và bản thân công nhân xây dựng cũng biết chắc là khi thực hiện một hạng mục lớn (như xây cầu, xây nhà cao tầng v.v.), chắc chắn sẽ có người bị tai nạn với độ nặng nhẹ khác nhau. Thậm chí họ còn biết trước (qua kinh nghiệm và số liệu thống kê) rằng xác suất có tử vong do tai nạn lao động là không nhỏ [xem số liệu thống kê về tai nạn lao động]. Thế nhưng những cây cầu mới vẫn không ngừng nổi hai bên bờ, và những khu nhà cao tầng vẫn không ngừng mọc lên. Nếu bạn quan sát thời sự quốc tế thì bạn sẽ thấy rằng mặc dù biết trước nạn khủng bố đẫm máu ở Iraq nhưng không ít người Jordan vẫn bắt chấp mạng sống của mình, vượt biên giới sang Iraq làm việc để đổi lấy một đồng lương cao hơn ở quê nhà. Những điều như thế này sẽ không bao giờ xảy ra nếu chúng ta thực sự tin rằng giá trị cuộc sống của mỗi một con người là vô hạn.

Nhưng trên thực tế, những điều như thế này liên tục xảy ra ở khắp mọi nơi trên thế giới. Vì vậy những nhà kinh tế học nói riêng và những nhà khoa học xã hội nói chung phải có trách nhiệm lý giải những hành động đó. Ở trên chúng ta đã thử chứng minh rằng sự hiện diện của những hành động này được lý giải một phần bởi những người tham gia gán một giá trị hữu hạn cho cuộc sống của mình. Tuy nhiên, đây chưa phải là lý giải duy nhất. Một nguyên nhân khác không kém phần quan trọng là tuy có thể mọi người đều biết là sẽ có một xác suất nào đó tai nạn giáng xuống đầu mình, nhưng họ lại không biết tai nạn ấy sẽ giáng xuống đầu ai và vào lúc nào! Chính sự *mơ hồ* này là một phần nguyên nhân cho việc mọi người vẫn tiếp tục “đánh bạc” với số phận của mình với niềm hy vọng rằng tai nạn sẽ không giáng xuống đầu mình, hoặc nếu có thì nó cũng chỉ xảy ra ở một tương lai không xác định. Bài viết của Rodrik và Fernandez sẽ minh họa ý tưởng này trong một bối cảnh khác và với một mục đích nghiên cứu khác.

CÁCH TIẾP CẬN THỊ HIẾU - TRẠNG THÁI ĐỐI VỚI LỰA CHỌN TRONG ĐIỀU KIỆN BẤT ĐỊNH

Mục đích của cách tiếp cận này là *đưa bài toán lựa chọn trong điều kiện không chắc chắn về dạng quen thuộc*: phân bổ một ngân sách hữu hạn cho các loại hàng hóa khác nhau. Để minh họa điều này, chúng ta hãy cùng xem xét một tình huống may rủi sau.

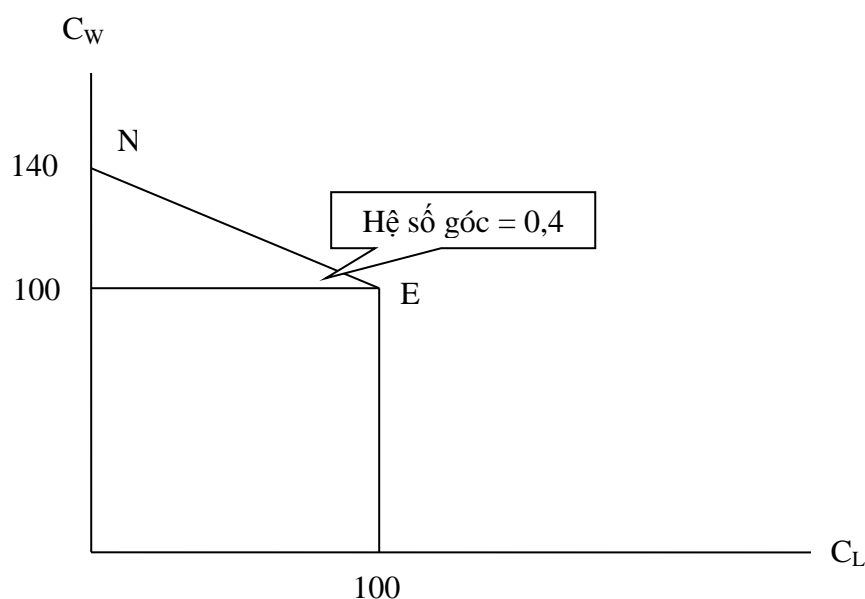
Giả sử Kim có 100 đồng và cậu ta định thử vận may trong trò chơi với tú-lơ-khơ sau. Cậu ta sẽ đặt cược một khoản tiền nào đó (gọi số tiền này là a). Người chấu bài rút ra 1 quân bài bất kỳ. Nếu quân bài là bích thì Kim thua và mất khoản tiền cá cược (a đồng); còn nếu mặt cơ, rô, hay tép xuất hiện thì không những Kim không mất tiền cược mà còn thắng 40 xu cho mỗi đồng đặt cược (tức là tổng khoản tiền thắng là $0.4a$). Câu hỏi đặt ra là Kim nên đặt cược bao nhiêu để tối đa hóa độ thỏa dụng của mình?

Để trả lời câu hỏi này, giả định rằng Kim có thể dùng 100 đồng của mình cho 2 mục đích: (i) tham gia trò cá cược nói trên, và (ii) tiêu dùng một hàng hóa hỗn hợp có mức giá là 1 đồng (mức giá của hàng hóa hỗn hợp này được chọn là 1 đồng chỉ để đơn giản hóa việc tính toán).

Giả sử Kim đặt cược 10 đồng và giữ lại 90 đồng để “phòng thân”. Nếu mặt bích xuất hiện, Kim mất 10 đồng và chỉ còn lại 90 đồng cho tiêu dùng. Vì đơn giá của hàng tiêu dùng là 1 đồng nên trong trường hợp thua cược, Kim có thể mua được 90 đơn vị hàng tiêu dùng (ký hiệu $C_L = 90$; “L” viết tắt cho “loose” – nghĩa là thua). Nhưng nếu 1 trong 3 mặt còn lại xuất hiện, Kim thắng 4 đồng và ngân sách tiêu dùng của Kim sẽ là 104 đồng, và do vậy tiêu dùng của Kim trong tình huống này là $C_W = 104$ (“W” viết tắt cho “win” – nghĩa là thắng).

Để ý rằng ngân sách tiêu dùng của Kim phụ thuộc vào 2 nhân tố. Thứ nhất là xác suất xuất hiện mặt bích và các mặt khác. Những xác suất này là khách quan, không phụ thuộc vào ý chí của Kim. Nhân tố thứ 2 là số tiền đặt cược a và số tiền này hoàn toàn do Kim quyết định. Như vậy ***khi chọn mức đặt cược, thực chất là Kim chọn hai mức tiêu dùng C_W và C_L*** . Khác biệt cơ bản giữa bài toán này với bài toán cơ bản của người tiêu dùng nằm ở chỗ trong bài toán lựa chọn trong điều kiện không chắc chắn, hai hàng hóa (C_W và C_L) là những *hàng hóa không chắc chắn* (contingent commodities). ***Hàng hóa không chắc chắn*** là hàng hóa có mức tiêu dùng phụ thuộc vào tình huống thực tế xảy ra, trong trường hợp này là mức đặt cược của Kim và quân bài nào xuất hiện.

Đường “ngân sách”



Hình 5.2. Đường ngân sách theo cách tiếp cận thị hiếu - trạng thái

Trong bài toán chuẩn tắc của người tiêu dùng, đường ngân sách cho biết tập hợp tất cả các phối hợp tiêu dùng ứng với một giới hạn ngân sách nhất định. Theo định nghĩa này, để vẽ đường ngân sách trong tình huống không chắc chắn, chúng ta phải tìm được tập hợp tất cả các phối hợp (C_W , C_L) có thể xảy ra. Đầu tiên hãy xét hai trường hợp cực đoan.

Trường hợp thứ nhất, Kim không đặt cược đồng nào ($a = 0$). Khi ấy $C_W = C_L = 100$, được minh họa bằng điểm E (Endowment) trong Hình 5.2.

Trường hợp thứ hai, Kim đặt cược hoàn toàn số tiền mình có ($a = 100$). Khi ấy $C_W = 140$ còn $C_L = 0$, được minh họa bởi điểm N trong Hình 5.2.

Khi cho a tăng dần từ 0 đến 100, các phối hợp (C_W , C_L) sẽ tạo thành đoạn thẳng EN – được gọi là đường ngân sách.

Lưu ý rằng khác với đường ngân sách trong bài toán cơ bản, ở đây *mỗi điểm trên đường ngân sách ứng với một phối hợp tiêu dùng, và do vậy, mức ngân sách khác nhau, tùy thuộc vào giá trị của mức cá cược a.*

Thị hiếu và đường đẳng dụng

Chúng ta vẫn duy trì các giả định chuẩn về thị hiếu như trong các chương trước (thị hiếu hoàn chỉnh, thị hiếu có tính bắc cầu, và “càng nhiều càng tốt”). Như đã nhấn mạnh ở trên, khác với bài toán cơ bản, ở bài toán lựa chọn trong điều kiện không chắc chắn, ngân sách tiêu dùng không cố định và phụ thuộc vào mức đặt cược.

Trong các tình huống không chắc chắn, đường đẳng dụng của một người phụ thuộc vào thái độ của người ấy đối với rủi ro. Do vậy, để vẽ được đường đẳng dụng, chúng ta phải có khả năng *so sánh sự lựa chọn* của Kim trước các tình huống có *mức thu nhập kỳ vọng bằng nhau* nhưng đồng thời có *mức may rủi khác nhau*. Để làm được việc này, trước hết cần giới thiệu khái niệm “đường so le công bằng” (fair odds line)

Định nghĩa 3: Đường so le công bằng (SLCB) là đường mà tại mọi điểm trên đó, mức thu nhập kỳ vọng bằng nhau và bằng với mức thu nhập ban đầu.

Xác định đường so le công bằng

Gọi điểm ban đầu khi Kim chưa tham gia cá cược là E (endowment). Tại E, $a^E = 0$ và vì vậy $C_w^E = C_L^E = 100 =$ mức thu nhập ban đầu. Theo định nghĩa, rõ ràng E là một điểm trên đường so le công bằng.

Bây giờ lấy một điểm X bất kỳ khác E trên đường SLCB. Mức thu nhập tại X trong trường hợp thắng và thua cược được ký hiệu là C_w^X và C_L^X . Vì theo định nghĩa, các điểm trên đường SLCB có mức thu nhập kỳ vọng như nhau nên ta phải có:

$$(1 - \rho)C_w^X + \rho C_L^X = (1 - \rho)C_w^E + \rho C_L^E = 100$$

trong đó ρ là xác suất thua cược và $(1 - \rho)$ là xác suất thắng cược.

Đẳng thức trên có thể được viết lại thành:

$$\frac{C_w^X - C_w^E}{C_L^X - C_L^E} = -\frac{\rho}{1 - \rho}$$

tức là hệ số góc của đường SLCB là $-\rho/(1-\rho)$. Như vậy, đường SLCB hoàn toàn xác định vì nó đi qua điểm E có tọa độ (100, 100) và có hệ số góc là $-\rho/(1-\rho)$.

Xác định đường đẳng dụng⁵

Bây giờ chúng ta quay trở lại với việc xây dựng đường đẳng dụng trên cùng hệ trục tọa độ (C_w, C_L). Nếu chúng ta biết hàm thỏa dụng, chẳng hạn $U(C_w, C_L) = [C_w]^{2/3}[C_L]^{1/3}$ thì việc vẽ đường đẳng dụng trở nên đơn giản.⁶ Còn trong trường hợp chúng ta không biết hàm thỏa dụng của Kim một cách chính xác thì chúng ta sẽ chỉ cần vẽ đường đẳng dụng của cậu ấy một cách định tính.

⁵ Còn được gọi là đường đẳng ích hay đường bàng quan.

⁶ Trong ví dụ này, chúng ta giả định số mũ tương ứng với C_w cao hơn so với số mũ tương ứng với C_L với hàm ý Kim thu được một độ thỏa dụng tăng thêm khi cậu thắng cược và ngược lại.

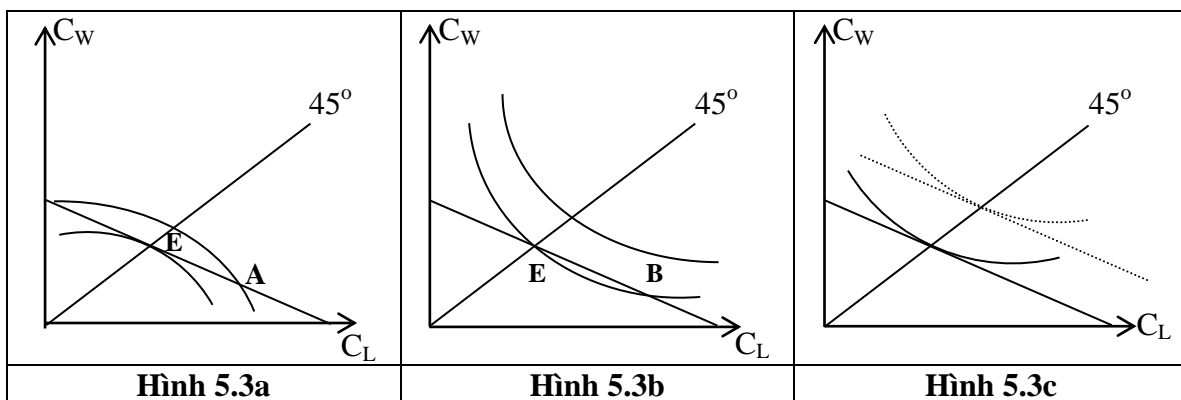
Chúng ta có thể căn cứ vào định nghĩa về người ghét may rủi để vẽ đường đẳng dụng của người ấy một cách định tính. Theo định nghĩa thì *người ghét may rủi* khi được phép chọn giữa một tình huống chắc chắn và một tình huống không chắc chắn có giá trị kỳ vọng tương đương, sẽ chọn tình huống chắc chắn. Định nghĩa này có hai hệ quả đối với tính chất của đường đẳng dụng.

Thứ nhất, có thể thấy rằng trong hệ trục tọa độ (C_W , C_L) đường đẳng dụng của một người ghét may rủi có hình dạng như đường đẳng dụng truyền thống, nghĩa là cong lõm về phía tọa độ gốc (convex to the origin) vì nếu nó có dạng cong lõm về phía gốc tọa độ (xem Hình 5.3a) thì sẽ tồn tại 2 điểm, chẳng hạn như E và A, cùng nằm trên một đường SLCB (tức là có giá trị kỳ vọng như nhau) nhưng điểm A (là điểm không chắc chắn) lại nằm trên đường đẳng dụng cao hơn, tức là $U^A > U^E$, và điều này mâu thuẫn với định nghĩa về người ghét may rủi. Tương tự như vậy, đường đẳng dụng của người ghét may rủi cũng không thể có dạng là một đường thẳng.

Thứ hai, cũng theo định nghĩa thì đường đẳng dụng như ở Hình 5.3b không phải là đường đẳng dụng của một người ghét rủi ro vì tồn tại hai điểm E và B cùng nằm trên một đường SLCB (nghĩa là có giá trị kỳ vọng bằng nhau), nhưng điểm không chắc chắn (điểm B) lại có độ thỏa dụng tương đương với điểm chắc chắn (điểm E).

Kết hợp hai tính chất này của đường đẳng dụng, ta có kết luận dưới đây về đường đẳng dụng (Hình 5.3c).

Kết luận: Đường đẳng dụng tiếp xúc với đường so le công bằng tại giao điểm của đường so le công bằng với đường 45° (hay còn gọi là đường chắc chắn).



Sử dụng trục giá trị ta cũng có thể đi đến kết luận này. Ta biết rằng tất cả các điểm trên đường SLCB đều có cùng một mức thu nhập kỳ vọng. Vì Kim là người ghét may rủi nên trong tất cả những điểm có cùng mức thu nhập kỳ vọng, điểm chắc chắn (điểm E) sẽ mang lại cho Kim mức thỏa dụng cao nhất. Điều này chỉ có thể xảy ra nếu đường đẳng dụng tiếp xúc với đường SLCB

tại chính điểm E, vì nếu không sẽ tồn tại một điểm khác trên đường SLCB với mức thỏa dụng cao hơn so với điểm E, mà điều này vi phạm định nghĩa về người ghét rủi ro.

Ta cũng có thể dùng phương pháp toán học để chứng minh kết luận ở trên. Ta sẽ chứng minh rằng ở mọi điểm trên đường 45^0 (tức là tại mọi điểm có $C_L = C_W$), tỉ lệ thay thế biên $MRS = -\rho/(1-\rho)$.

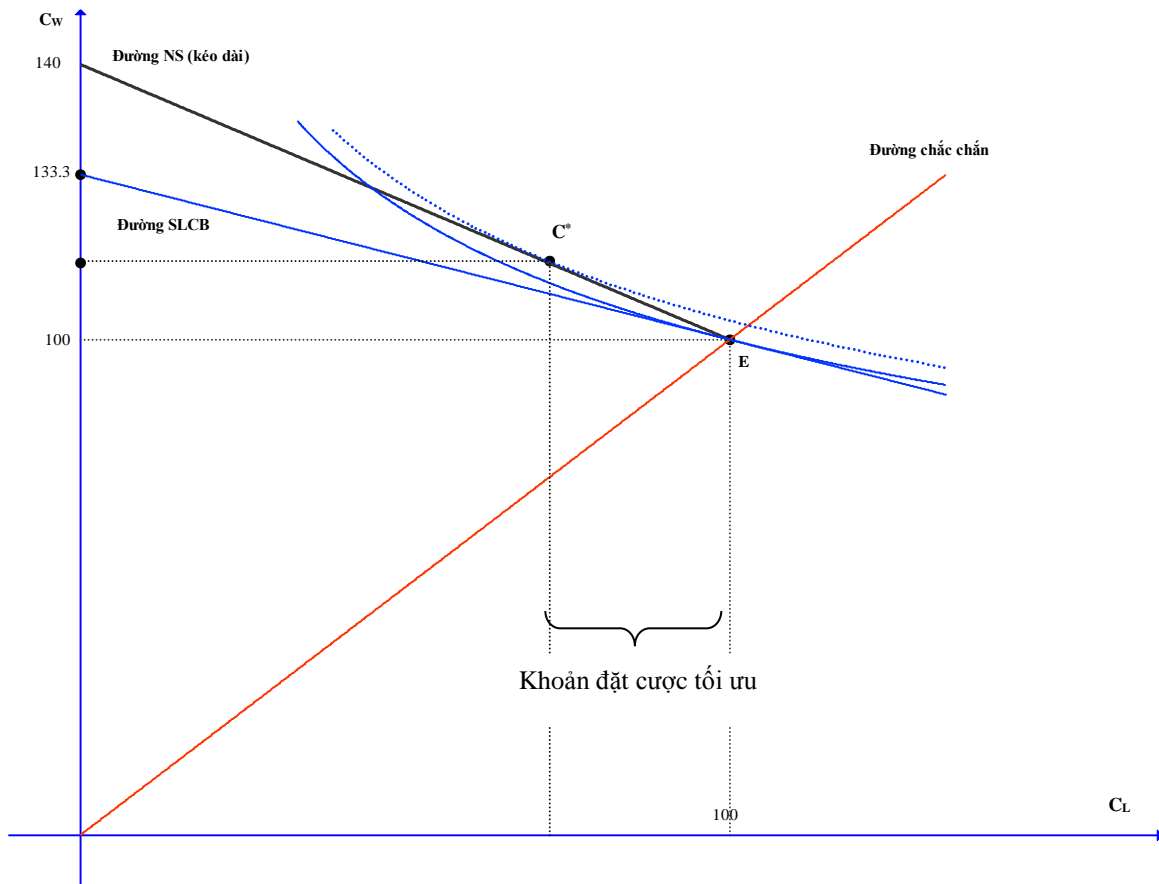
Theo định nghĩa của đường đẳng dụng : $\rho U(C_L) + (1-\rho)U(C_W) = U =$ một hằng số nào đó. Lấy vi phân toàn phần hai vế ta có :

$$dU = 0 = \rho U'(C_L)dC_L + (1-\rho)U'(C_W)dC_W$$

$$\Rightarrow MRS = \frac{dC_W}{dC_L} = -\frac{\rho}{1-\rho} \frac{U'(C_L)}{U'(C_W)}$$

Vì tại một điểm bất kỳ trên đường 45^0 ta có $C_L = C_W$, suy ra $MRS = -\rho/(1-\rho)$ (đpcm.)

Đến đây chúng ta đã xác định được (i) đường ngân sách, (ii) đường SLCB, và (iii) đường đẳng dụng. Kết hợp ba đường này trong cùng một đồ thị ta sẽ xác định được quyết định tối ưu của người ghét rủi ro một cách định tính (Hình 5.4).



Hình 5.4. Quyết định tối ưu của Kim

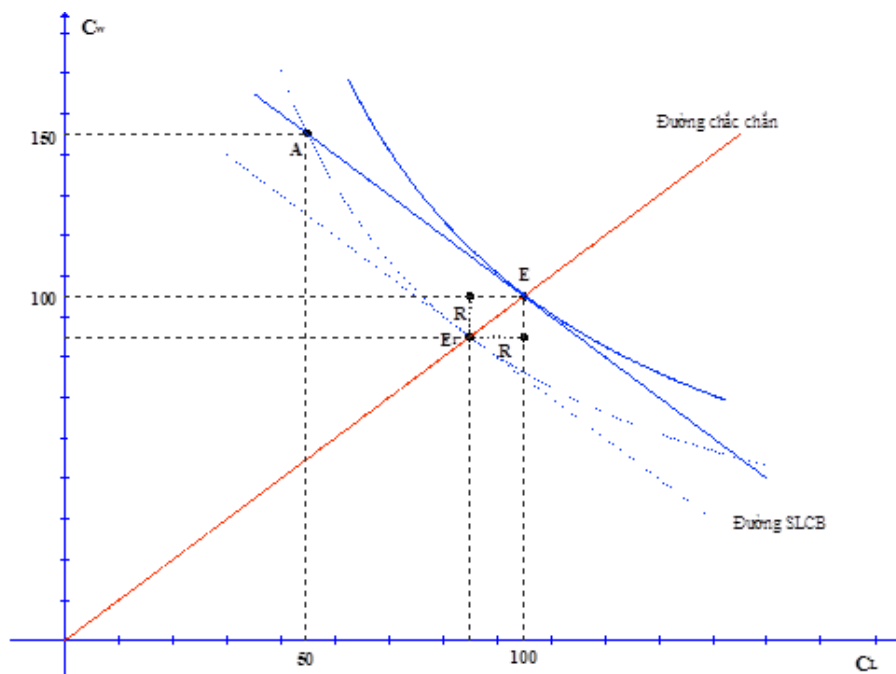
MỘT SỐ ỨNG DỤNG⁷

1. Mức thưởng cho mạo hiểm (risk premium)

Tài sản có độ rủi ro càng cao thường có lợi nhuận càng lớn. Điều đó có nghĩa là để một người người ghét may rủi chịu chấp nhận một mức rủi ro cao hơn, người ấy phải được khuyến khích bằng một mức lợi nhuận lớn hơn. Dưới đây là một ví dụ minh họa

Giả sử một người (Kim) có 100 đồng dùng để mua cổ phiếu (tất nhiên Kim cũng có thể giữ tiền mặt với lãi suất bằng không nhưng chắc chắn).⁸ Giả sử với xác suất 0,5 giá cổ phiếu tăng gấp rưỡi (tức tăng thêm 50% giá trị), và với xác suất 0,5 giá cổ phiếu bị hạ xuống chỉ còn một nửa (tức giảm đi 50% giá trị). Với những giả thiết như trên, đường ngân sách và đường SLCB sẽ trùng nhau và cùng vuông góc với đường chắc chắn (xem hình vẽ). Để thấy rằng điểm lựa chọn tối ưu sẽ là tại điểm E tại đó đường đẳng dụng U_s tiếp xúc với đường ngân sách (đồng thời là đường SLCB) - tức là người ghét may rủi không mua cổ phiếu mà giữ hoàn toàn 100 đồng dưới dạng tiền mặt.

Bây giờ giả sử chúng ta muốn khuyến khích Kim chuyển từ điểm E tới điểm A, tại đó một phần thu nhập của Kim được dùng vào việc mua cổ phiếu. Câu hỏi đặt ra là chúng ta phải cho Kim thêm bao nhiêu tiền *trong cả 2 tình huống* để anh ta chấp nhận chuyển từ điểm E tới điểm A ?



Hình 5.5. Mức thưởng cho rủi ro

⁷ Phần này chỉ cung cấp phân tích cho một số ứng dụng mà SGK tiếp cận khác.

⁸ Giả định một người có hai lựa chọn chỉ để đơn giản hóa bài toán và làm tăng khả năng minh họa của ví dụ.

Để trả lời câu hỏi này trước hết vẽ một đường đẳng dụng U_r qua điểm A và cắt đường chắc chắn tại E_1 . Điểm E_1 là điểm “chắc chắn tương đương” (certainty equivalence) của điểm A vì chúng tương ứng với cùng mức thỏa dụng U_r . Như vậy, bài toán trên được đưa về bài toán tương đương nhưng đơn giản hơn : chúng ta phải cho Kim thêm bao nhiêu tiền trong cả 2 tình huống để anh ta chấp nhận chuyển từ điểm E tới điểm E_1 ? Câu trả lời của câu hỏi này là R (xem hình vẽ và thử tự giải thích tại sao).

2. Bảo hiểm

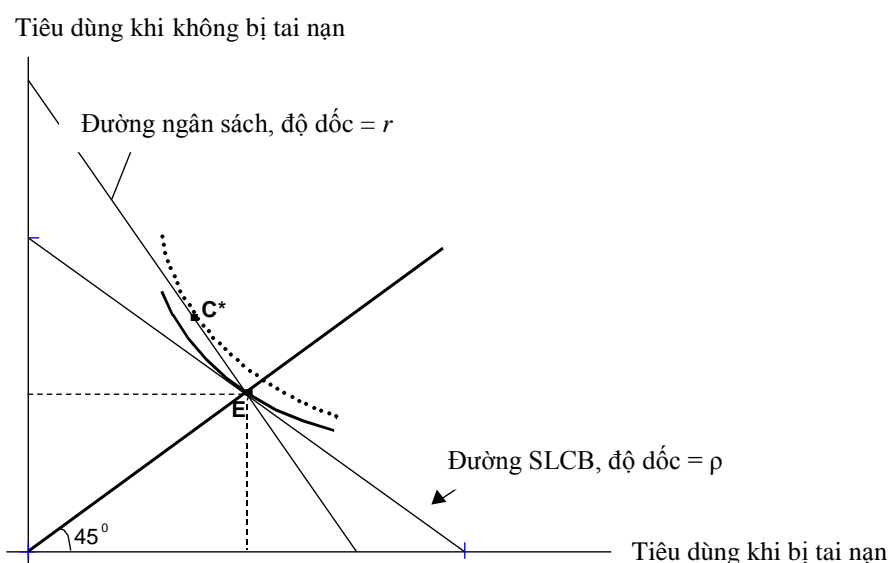
Như chúng ta đã nhận xét ở trên, những người ghét may rủi thường chấp nhận trả một khoản tiền để giảm bớt biến thiên về thu nhập và tiêu dùng; và đây cũng chính là cơ sở cho sự tồn tại của thị trường dịch vụ bảo hiểm. Hãy thử xem xét bài toán bảo hiểm sau.

Giả sử Cáy là người chúa ghét mạo hiểm nhưng ông trời run rủi thế nào mà công việc hiện nay của Cáy lại khá mạo hiểm với xác suất bị tai nạn lao động trong năm là ρ ($0 < \rho < 1$). Giả sử Cáy có thể mua bảo hiểm tai nạn lao động với phí bảo hiểm là r (xem khái niệm ở dưới.) Bài toán đặt ra là giá trị bảo hiểm tối ưu của Cáy là bao nhiêu và giá trị này thay đổi thế nào nếu mức độ rủi ro nghề nghiệp hay mức giá bảo hiểm thay đổi.

Giới thiệu một số khái niệm cơ bản:

- **Giá bảo hiểm** (premium): Là chi phí phải trả để nhận được bảo hiểm cho 1 đồng giá trị vật/người được bảo hiểm. Ví dụ nếu phí bảo hiểm $r = 0,3$ – tức là người mua phải trả 30 xu cho một đồng bảo hiểm hay nếu một người muốn mua bảo hiểm cho 10 đồng (coverage) thì anh ta sẽ phải trả tổng cộng $10 \text{ đồng} \times 0,3 = 3 \text{ đồng}$.
- **Bảo hiểm công bằng** (fair insurance): là bảo hiểm trong đó mức phí bảo hiểm đúng bằng giá trị kỳ vọng của tiền trả bảo hiểm do công ty bảo hiểm thanh toán (liên hệ lại với khái niệm trò chơi công bằng.)

Trong ví dụ chúng ta đang xét, dễ thấy rằng bảo hiểm công bằng xảy ra nếu $r = \rho$, và như vậy đường so le công bằng trùng với đường ngân sách. Rõ ràng (xem hình vẽ) rằng *nếu được phép mua bảo hiểm công bằng thì một người ghét rủi ro như Cáy sẽ mua bảo hiểm hoàn toàn hay trọn vẹn (full insurance)*.



Hình 5.6. Xác định mức bảo hiểm tối ưu một cách định tính

Nhưng trên thực tế, bảo hiểm thường không công bằng theo hướng có lợi cho công ty bảo hiểm. Trong ví dụ của chúng ta điều này có nghĩa là $r > \rho$ hay đường ngân sách dốc hơn đường so le công bằng. Khi ấy đường đẳng dụng tối ưu của Cáy sẽ tiếp xúc với đường ngân sách tại điểm nằm bên trái của E, điều này có nghĩa là khi bảo hiểm không công bằng, một người dù ghét rủi ro đi chăng nữa cũng sẽ không mua bảo hiểm trọn vẹn. Về mặt trực giác, ta có thể thấy rằng nếu mức giá bảo hiểm lớn hơn giá trị kỳ vọng tiền thanh toán bảo hiểm thì người ta có xu hướng chấp nhận một mức độ mạo hiểm nhất định và đổi lại giảm được phí bảo hiểm

Giá trị bảo hiểm tối ưu

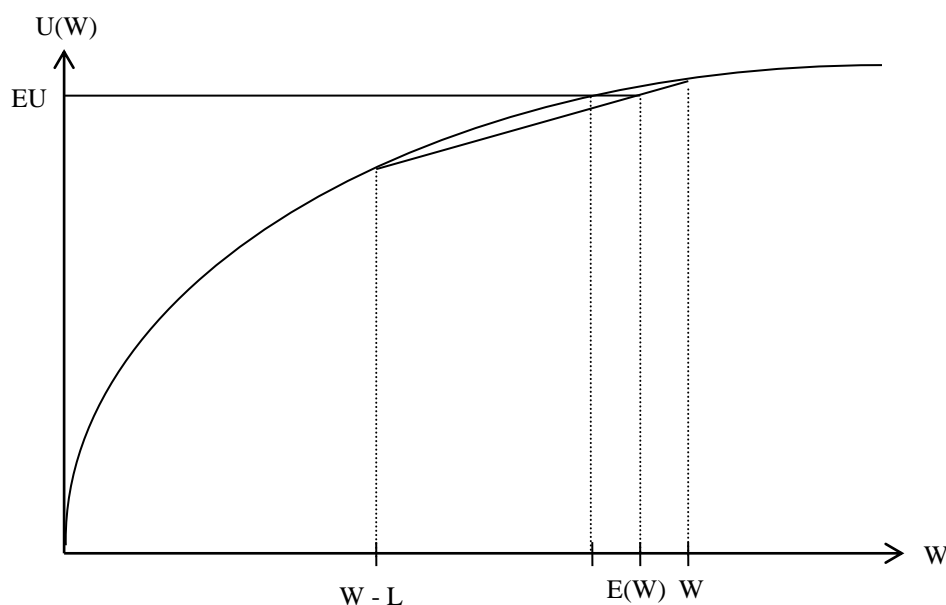
Giả sử Giáp có một tài sản trị giá W. Có một xác suất $0 < \rho < 1$ là tài sản này gặp rủi ro và giá trị bị giảm đi một lượng L (loss). Tuy nhiên, Giáp cũng có thể mua bảo hiểm và nhờ đó giảm bớt rủi ro cho tài sản. Câu hỏi đặt ra là: Nếu Giáp là một người ghét rủi ro thì **giá trị bảo hiểm tối ưu** của Giáp là bao nhiêu?

Giá trị kỳ vọng của tài sản của Giáp là:

$$EW = (1 - \rho).W + \rho.(W - L)$$

Nếu không mua bảo hiểm thì độ thỏa dụng kỳ vọng (von Neuman – Mogenstern) của Giáp là:

$$EU = (1 - \rho).U(W) + \rho.U(W - L)$$



Hình 5.7. Bài toán bảo hiểm theo cách tiếp cận truyền thống

Còn nếu mua bảo hiểm thì mức thỏa dụng kỳ vọng của Giáp là:

$$EU_I = (1 - \rho).U(W - r.I) + \rho.U(W - r.I - L + I)$$

trong đó I (insurance coverage) là mức bảo hiểm hay giá trị tài sản được bảo hiểm, và r là đơn giá bảo hiểm, hay chi phí của một đơn vị giá trị được bảo hiểm. Tích rI gọi là giá hay chi phí bảo hiểm (insurance premium). **Bài toán của Giáp** là chọn mức bảo hiểm I để tối đa độ thỏa dụng kỳ vọng EU_I .

Điều kiện bậc 1 của bài toán tối ưu này là:

$$-(1 - \rho).r.U'(W - r.I^*) + \rho(1 - r)U'[W - L + (1 - r)I^*] = 0, \text{ hay}$$

$$\frac{U'[w - L + (1 - r)I^*]}{U'[w - r.I]} = \frac{(1 - \rho)r}{\rho(1 - r)}$$

Bây giờ quay sang phía công ty bảo hiểm. Lợi nhuận kỳ vọng của công ty bảo hiểm là:

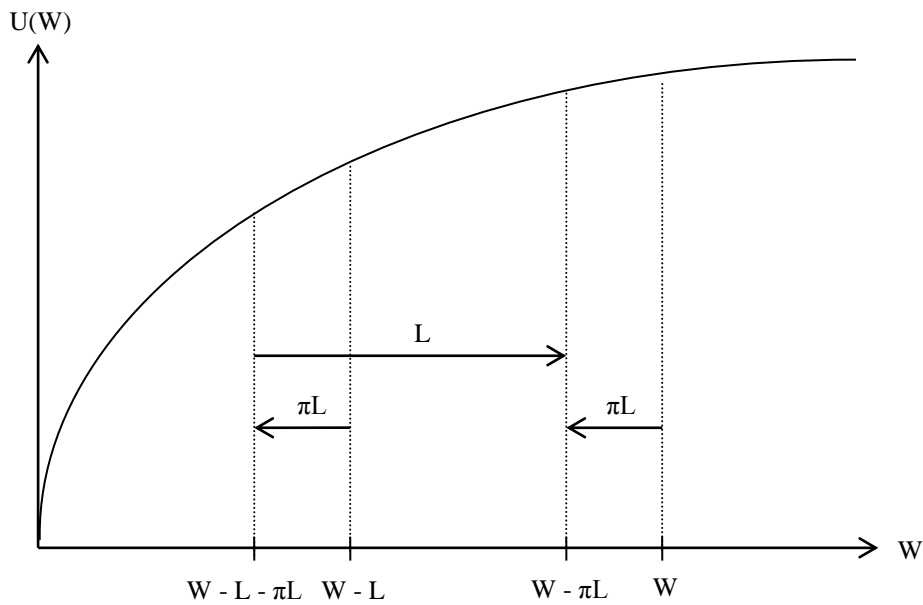
$$(1 - \rho)r.I + \rho(r.I - I) = (r - \rho)I$$

Nhìn vào biểu thức trên ta thấy để có lợi nhuận, đơn giá bảo hiểm r phải lớn hơn xác suất rủi ro ρ của tài sản. Trong trường hợp $r = \rho$ (chẳng hạn khi thị trường bảo hiểm cạnh tranh hoàn hảo và chi phí giao dịch bằng không) thì công ty bảo hiểm không có lợi nhuận. Chúng ta gọi trường hợp này là **bảo hiểm công bằng** (fair insurance).

Nếu bảo hiểm là công bằng ($r = \rho$) thì điều kiện bậc 1 trong bài toán của Giáp trở thành:

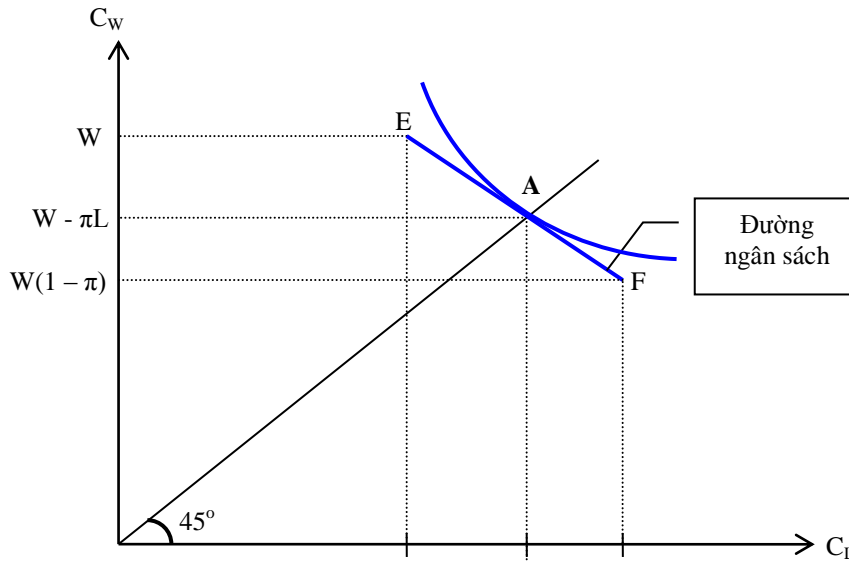
$$U'[W - L + (1 - r)I^*] = U'(W - r.I^*)$$

Nếu Giáp là người ghét rủi ro và nếu hàm thỏa dụng của Giáp là một hàm lõm (strictly concave), tức là $U''[\cdot] < 0$ thì từ điều kiện trên ta rút ra $I^* = L$, tức là ***nếu bảo hiểm là công bằng thì một người ghét rủi ro sẽ mua bảo hiểm toàn phần***. Chi phí bảo hiểm khi ấy là $r.L = \rho.L$. Khi ấy, giá trị tài sản của Giáp trong cả hai trường hợp có rủi ro và không có rủi ro bằng nhau và bằng $W - \rho L = W - rL$, và như vậy ***với việc mua bảo hiểm, Giáp đã chuyển được tài sản rủi ro thành tài sản hoàn toàn phi rủi ro***.



Hình 5.8. Xác định mức bảo hiểm tối ưu theo cách tiếp cận truyền thống

Chúng ta cũng có thể xem xét bài toán này bằng cách tiếp cận thị hiếu - trạng thái.



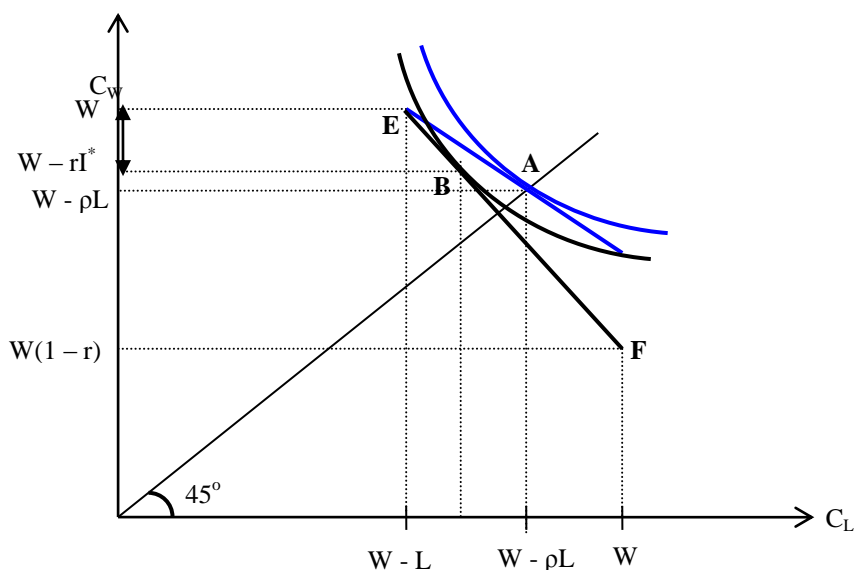
Hình 5.9. Bảo hiểm công bằng theo cách tiếp cận thị hiếu – trạng thái

Trước hết, ta cần vẽ đường so le công bằng. Ta biết rằng đường SLCB phải đi qua điểm ban đầu E (là điểm tại đó Giáp không mua bảo hiểm) có tọa độ $(W - L, W)$ và có hệ số góc bằng $-\rho/(1-\rho)$.

Bây giờ ta chuyển sang vẽ **đường ngân sách**. Đường ngân sách cũng sẽ đi qua điểm ban đầu E, đồng thời nó cũng phải đi qua điểm tại đó Giáp mua bảo hiểm toàn phần. Tọa độ của điểm này là $(W, W(1-r))$. Nói hai điểm này ta có đường ngân sách EF, và hệ số góc của đường này là $-r/(1-r)$.

Trong trường hợp **bảo hiểm công bằng** ta có $\rho = r$. Vì đường so le công bằng có hệ số góc là $-\rho/(1-\rho)$ nên khi ấy đường SLCB cũng chính là đường ngân sách. Ta biết rằng lựa chọn tối ưu về mức bảo hiểm của Giáp là tại điểm đường đẳng dụng tiếp xúc với đường SLCB (điểm A). Tại điểm A ta có (i) Giáp bảo hiểm toàn phần; và (ii) Giá trị tài sản của Giáp trong cả hai trạng thái có rủi ro và không có rủi ro bằng nhau và bằng $(W - r.L)$.

Bây giờ giả sử **bảo hiểm không công bằng**, tức là $r > \rho$, nghĩa là đường ngân sách EF dốc hơn đường SLCB. Khi ấy, mức bảo hiểm tối ưu là tại điểm B với $I^* < L$.



3. Mô hình định giá tài sản (CAPM – Capital Asset Pricing Model.)

Át được thừa kế một gia tài có giá trị là w và cậu định sử dụng số gia tài này để đầu tư. Giả sử trên thị trường có n tài sản rủi ro với tỷ suất lợi nhuận kỳ vọng là R_i ($i = 1, n$) và một tài sản phi rủi ro có suất lợi nhuận là R_0 . Cũng giả sử thêm rằng Át định đầu tư vào cả danh mục gồm $(n+1)$ tài sản này. Rõ ràng là để khuyến khích Át đầu tư vào tài sản rủi ro thì tài sản ấy phải có suất sinh lời cao hơn suất sinh lời của tài sản phi rủi ro. **Bài toán đặt ra** đối với Át là mức sinh lời kỳ vọng R_i cần cao tới mức nào để có thể bù đắp được rủi ro tiềm tàng của nó?

Thu nhập kỳ vọng của Át là:

$$[1] \quad \tilde{w} = w \sum_{i=0}^n x_i R_i$$

trong đó x_i là tỷ trọng đầu tư vào tài sản thứ i .

Bài toán tối ưu của Át là:

$$[2] \quad \underset{x_i}{\text{Max}} \quad \tilde{w} = w \sum_{i=0}^n x_i R_i \quad \text{t/m:} \quad \sum_{i=0}^n x_i = 1$$

Từ điều kiện ràng buộc ở trên, ta có :

$$x_0 = 1 - \sum_{i=1}^n x_i$$

Thay giá trị này của x_0 vào hàm mục tiêu của Át ở [2], ta chuyển bài toán tối ưu có ràng buộc thành bài toán tối ưu không có ràng buộc như sau:

$$\begin{aligned}
 [3] \quad \underset{x_i}{\text{Max}} \quad \tilde{w} &= w \sum_{i=0}^n x_i R_i \\
 &= w \left(x_0 R_0 + \sum_{i=1}^n x_i R_i \right) \\
 &= w \left(\left[1 - \sum_{i=1}^n x_i \right] R_0 + \sum_{i=1}^n x_i R_i \right) \\
 &= w \left(R_0 + \sum_{i=1}^n x_i [R_i - R_0] \right)
 \end{aligned}$$

Điều kiện bậc 1 cho x_i là:

$$[4] \quad EU'(\tilde{w})(R_i - R_0) = 0 \Leftrightarrow EU'(\tilde{w})R_i = R_0 EU'(\tilde{w})$$

Áp dụng định nghĩa về tích sai, ta có:

$$[5] \quad \text{cov} \left[U'(\tilde{w}), R_i \right] = EU'(\tilde{w})R_i - EU'(\tilde{w})E(R_i)$$

Thay [5] vào [4] ta có:

$$\text{cov} \left[U'(\tilde{w}), R_i \right] = R_0 EU'(\tilde{w}) - EU'(\tilde{w})E(R_i)$$

$$[6] \quad E(R_i) = R_0 - \frac{1}{EU'(\tilde{w})} \text{cov} \left[U'(\tilde{w}), R_i \right]$$

Như vậy, suất sinh lời kỳ vọng của một tài sản là tổng của hai số hạng, trong đó số hạng đầu tiên chính là suất sinh lợi của tài sản phi rủi ro R_0 . Số hạng còn lại là phần thưởng cho rủi ro (risk premium)⁹. Chúng ta biết rằng đối với một người ghét rủi ro thì $EU'[\cdot] > 0$, vì vậy dấu của số hạng thứ hai phụ thuộc vào tích sai giữa độ thỏa dụng biên của tổng tài sản của Át với suất sinh lời của tài sản rủi ro thứ i . Nếu i là tài sản rủi ro thì suất sinh lời của nó (R_i) phải tương quan thuận (positively correlated) với giá trị của tổng tài sản kỳ vọng \tilde{w} . Hơn nữa, theo quy luật độ

⁹ Khái niệm phần thưởng cho rủi ro chúng ta dùng ở đây không giống với khái niệm phần thưởng rủi ro được giới thiệu ở phần trình bày về bảo hiểm. Đáng tiếc là hiện nay chúng ta vẫn thường dùng chung một thuật ngữ cho cả hai tình huống.

thỏa dụng biên giảm dần, giá trị của tổng tài sản kỳ vọng \tilde{w} càng lớn thì độ thỏa dụng biên của nó càng thấp, và khi ấy tích sai mang dấu (-). Điều này có nghĩa là *để khuyến khích Át chấp nhận tài sản rủi i này thì anh ta phải được bù đắp bằng một lãi suất kỳ vọng lớn hơn.*

Ngược lại, nếu tích sai này mang dấu (+), nghĩa là tài sản i có tương quan nghịch biến với giá trị của tổng tài sản kỳ vọng \tilde{w} , và như vậy tài sản i này có tác dụng giảm rủi ro (còn có thể gọi là “tài sản bảo hiểm”) và do vậy người ghét rủi ro sẵn sàng hy sinh một phần lợi nhuận kỳ vọng để có được tài sản này. Khi ấy, $R_i < R_0$.

4. Đa dạng hóa đầu tư (diversification - không bỏ tất cả trứng vào một rọ)

5. Phân tán rủi ro (risk-spreading)

6. Chia sẻ mạo hiểm (risk-sharing)

7. Xu thế bảo thủ trong cải cách và một số biện pháp khắc phục