

Có phải xổ số Powerball là trò chơi đại?¹

Tất cả đều phụ thuộc vào việc bạn chơi khi nào và giá trị bạn đặt vào đồng tiền.

Jordan Ellenberg



Phải chăng không chơi mới đại?

Câu hỏi này không phải dành cho tôi; vì tôi có chơi. Ba tôi và tám bằng tiến sĩ thống kê của ông đã lôi tôi vào cuộc chơi với phần chia 20% cho bốn tờ vé số của ông. Nhưng tôi bị bạn bè và hàng xóm chọc ghẹo đủ nhiều nên quyết định phải giải thích tại sao chơi xổ số thứ bảy không hẳn là chơi đại, xét theo quan điểm toán học.

Câu hỏi là: giá trị kỳ vọng của tờ vé số là bao nhiêu? Nếu giá trị kỳ vọng là hơn một đồng, và tờ vé số có giá một đồng, thì bạn nên mua. Nếu giá trị kỳ vọng là ít hơn một đồng, thì bạn nên giữ lại tiền của mình.

“Giá trị kỳ vọng” không có nghĩa là “bạn kỳ vọng gì”. Suy cho cùng, bạn có thể cho rằng tờ vé số không đáng một xu. Tuy nhiên, không phải ai cũng nghĩ vé số không có giá trị; nếu không họ đã không chơi xổ số. “Giá trị kỳ vọng” theo ý tôi ở đây là định nghĩa về mặt toán học, nó gán một giá trị cố định cho một vật mà giá trị thật của vật đó là bất định.

Giả sử một món đồ có giá trị V_1 hoặc V_2 đồng, và xác suất để vật đó nhận giá trị V_1 là P_1 và xác suất là P_2 cho giá trị V_2 . Khi đó giá trị kỳ vọng được xác định là:

¹ Powerball là một trò chơi cá độ xổ số của Mỹ. Người chơi cá \$1 cho mỗi lần chọn số. Người chơi chọn 5 số trong số 59 quả banh trắng và 1 số trong số 35 quả banh đỏ. Khi số xổ, 5 quả banh trắng và 1 quả banh đỏ sẽ được máy chọn ra một cách ngẫu nhiên. Người chơi nào có, không quan trọng thứ tự, ít nhất 3 banh trắng và 1 banh đỏ trùng với số được máy chọn sẽ giành giải thưởng. Nếu có nhiều người trúng, giải thưởng sẽ được chia đều.

$$P_1 * V_1 + P_2 * V_2$$

Ví dụ, bạn đặt cược vào một con ngựa có xác suất thắng cuộc là 1/10, tiền thắng cược là \$100. Khi đó xác suất để tờ vé của bạn có giá trị \$100 là 1/10 và 9/10 khả năng tờ vé chỉ là một mẩu giấy lộn. Như vậy, giá trị kỳ vọng của tờ vé là:

$$(1/10) * \$100 + (9/10) * 0 = \$10$$

Tại sao \$10 là có thể định nghĩa là giá trị cho tờ vé? Vì nếu bạn bỏ ra một tuần để theo dõi và mua, ví dụ 250 tờ vé, bạn có thể sẽ trúng giải khoảng 25 lần; bạn sẽ kiếm được \$2500, hay \$10 trên mỗi vé. Do đó nếu bạn phải trả hơn \$10 một vé, bạn chỉ có thua; còn nếu trả ít hơn \$10, bạn sẽ thắng.

Do đó, giá trị kỳ vọng của tờ vé số Powerball là bao nhiêu? Đây là lập luận sai lầm mà tôi nghe rất nhiều. Những ai rành cá độ sẽ suy luận rằng: “Cơ hội thắng \$280 triệu của tôi là 1/80 triệu, do đó giá trị kỳ vọng là

$$(1/80 \text{ triệu}) \times \$280 \text{ triệu} + (79,999,999/80 \text{ triệu}) \times 0 = \$3.50.$$

Khoản cá cược ngon lành!”

Vấn đề của lập luận này là chúng ta không chơi để được \$280 triệu, mà chúng ta chơi để được phần chia trong \$280 triệu đó, vì khả năng có nhiều người thắng cược. Nếu tôi thắng xổ số Powerball, thì rất có một ai đó cũng sẽ thắng. Nên giải thưởng lúc này đã giảm còn \$140 triệu. Càng có nhiều người chơi, thì giải thưởng càng bị chia nhỏ. Như thực tế xảy ra trong tuần này, nếu có bốn người thắng giải, thì giải thưởng ở đây chỉ còn \$70 triệu.

Vậy theo bạn có bao nhiêu người sẽ cùng chia nhau giải thưởng này? Tôi đã tính được rồi. Khả năng không có người thắng giải là 8%; 1 người, 21%; hai người, 26%, 3, 21%; 4, 13%, 5 hoặc hơn là 9%. Kết quả thắng gấp bốn lần thứ bảy vừa rồi là ngạc nhiên nhưng không gây sốc. Một người ghiền xổ số Powerball cho tôi biết người ta đặc biệt thích chọn con số 21 may mắn trên quả cầu đỏ, và điều này có thể lý giải số lượng lớn người thắng cuộc. Nhưng thực tế, các kỷ lục xổ số Powerball cho thấy số người chọn số 21 trên quả cầu đỏ chỉ cao hơn 1/2 điểm phần trăm so với kỳ vọng trên cơ sở xác suất. Không đủ để tạo khác biệt thật sự.

Tính bình quân, người thắng có thể kỳ vọng phần chia 37% từ giải độc đắc, hoặc \$103 triệu. Cơ hội 1 phần 80 triệu của \$103 triệu vẫn có giá trị kỳ vọng bằng 1 phần 80 triệu nhân cho \$103 triệu, hay \$1,29. Vẫn là khoản cá cược tốt, đặc biệt do chúng ta chưa tính vào khả năng thắng các giải thưởng thấp hơn.

Tôi cần giấy nháp để tính toán tất cả. Nhưng để tôi giải thích bạn có thể nhầm tính trong đầu như thế nào.

Thứ nhất, rõ ràng là sẽ có người được giải. Có một kinh nghiệm khá hay để trả lời cho những câu hỏi như thế này. Giả sử một biến cố có xác suất xảy ra là 1 trong X, trong đó X là một số rất lớn. Giả sử có Y cơ hội để biến cố này xảy ra. Khi đó khả năng xảy ra biến cố này là khoảng $1 - e^{-Y/X}$; trong đó e là hằng số toán học nổi tiếng có giá trị khoảng 2,718.

Sự xuất hiện không mong đợi của hằng số e, cơ sở của lo-ga-rit tự nhiên, là một trong những bí ẩn thú vị của cuộc đời; những hằng số đẹp đẽ như e và pi, xuất hiện trong các kiểu tình huống không liên quan gì đến lo-ga-rit hay chu vi của đường tròn.

Chúng ta cũng cần chỉ ra rằng, do số mũ là âm, nên giá trị $1 - e^{-Y/X}$ là giữa 0 và 1, như giá trị thông thường của xác suất. Khi Y/X ngày càng lớn, $e^{-Y/X}$ càng tiến gần tới 0, và xác suất có một người trúng xổ số càng tiến gần tới 1 – như xảy ra khi số người chơi tăng lên.

Với trò xổ số Powerball, X khoảng 80 triệu, và có khoảng 200 triệu vé. Do đó Y/X là 2,5, và cơ hội có người trúng thưởng là $(1 - e^{-2.5})$ hay khoảng 92%.

Cái hay của kinh nghiệm này là nó chỉ phụ thuộc vào tỉ số giữa khả năng thắng giải và số người chơi. Nếu khả năng là 1 trong 1000, và có 2500 vé bán ra, thì khả năng có người thắng sẽ không đổi.

Do đó nhà cái Powerball thu về \$200 triệu tiền vé cho đợt xổ số ngày thứ 7. Rất có khả năng họ sẽ trả \$280 triệu cho giải độc đắc, chưa kể các giải phụ và khuyến khích lên đến \$41 triệu cho đợt xổ số thứ bảy. Có nghĩa là nhà cái lỗ. Và nếu nhà cái lỗ theo định nghĩa, thì người chơi thông thường sẽ thắng.

Điều này có thể khiến công ty Powerball thành ra đại dột; làm sao lại có chuyện sòng bài được dựng lên để nhà cái thua lỗ? Câu trả lời là giải độc đắc lớn hiện nay là kết quả của một chuỗi lượt chơi kéo dài, khi nhà cái luôn *thắng*. Xổ số độc đắc tích lũy như kiểu Powerball thực chất là sự chuyển giao giá trị khổng lồ từ những kẻ tay mơ chơi khi giải thưởng còn nhỏ đến những tay lão làng ngồi chờ cho đến khi giải độc đắc to ra, trong khi đó nhà cái cứ cắt phần lời cho mình trong suốt giai đoạn tích lũy này. Sau đây là lời khuyên cụ thể trong bài này: nếu ngày nào bạn cũng chơi xổ số Powerball, *thì phải ngưng ngay*. Nếu một đồng của bạn có thể bỏ vào một trong hai trò với cơ hội 1/80 triệu trúng độc đắc \$10 triệu hoặc 1/80 triệu để trúng \$120 triệu, thì mắc gì lại chơi trò đầu tiên.

Hãy các bạn đã chơi rồi, quá đại.

Hay có nên không? Dân ghiền xổ số hẳn đã biết rằng \$280 triệu không thể đến tay mình mà không bị sút mẻ; bên thuế họ sẽ cắt một khoản lớn. Hơn nữa, nếu bạn lãnh thưởng một lần, thì giải độc đắc không hiện nguyên hình \$280 triệu mà sẽ ít hơn nhiều (xem “Lời giải thích” [ở đây](#)). Chưa kể, 10 năm nữa vài triệu đô sẽ không có giá trị bằng ngày nay. Bạn có thể đã xanh cỏ khi mòn mỏi chờ đợi hoặc chán chê cảnh làm đại gia. Bỗng nhiên trò xổ số không còn hấp dẫn nữa;

và nếu bạn mất 40% số tiền thưởng vì thuế thu nhập, thì giá trị kỳ vọng \$1,29 của tờ vé sẽ giảm còn 77 xu. Nhớ rằng, bạn trả một đồng, nhưng còn những giải thưởng khác mà bạn có thể trúng thì sao? Hóa ra các giải phụ này chỉ cộng thêm được 21 xu – mà 21 xu *trước* thuế - vào giá trị kỳ vọng của tờ vé số. Các bạn vẫn héo!

Nhưng có một vấn đề nghiêm trọng hơn, đó là: vẫn không rõ liệu lợi ích của việc có \$280 triệu là lớn hơn lợi ích nắm giữ số tiền ban đầu của bạn 280 triệu lần. Thực tế, những lợi ích này sẽ khác nhau ở mỗi người. Một số sẽ vui vẻ đổi một đồng để có cơ hội 1/10 thắng 10 đồng. Số khác thà giữ một đồng của mình. Toán học không thể cho bạn biết bạn *nên* thích nhóm nào, mặc dù các nhà tâm lý đã tìm hiểu rất nhiều về những gì mà con người hay ưa thích. Đa số người ta vẫn “sợ rủi ro” – với những chọn lựa ở trên, thì họ sẽ giữ đồng tiền của mình.

Vậy lẽ ra bạn có nên chơi không? Tựu trung vẫn là: bạn muốn có \$280 triệu đến mức nào? Tôi quyết định chơi, và tôi đã thua. Kết luận: tôi chưa đủ máu.

Jordan Ellenberg là giáo sư toán học của Đại học Wisconsin. Ông là tác giả cuốn How Not To Be Wrong. Blogs: [Quomodocumque](#).